Utile pour les exos : des exemples de rédactions concernant des droites tangentes (les droites tangentes demandées existent !)

Un rappel : Avec f dérivable en x_0 la courbe C_f admet en son point $M_0\begin{pmatrix} x_0 \\ f(x_0) \end{pmatrix}$ une droite tangente (T) de coefficient directeur $f\,'(x_0)$, dirigée par $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ f'(x_0) \end{pmatrix}$.

Une équation de cette droite tangente (T) est : $y = f\,'(x_0)\,[x - x_0] + f(x_0)$

la question posée	une rédaction possible en début de solution
écrire l'équation réduite d'une droite tangente à C_f par exemple en son point A d'abscisse 3	f étant dérivable en 3 , C_f admet en son point A d'abscisse 3 une droite tangente T_A dont une équation est : T_A : $y = f\,'(x_0)\,[x - x_0] + f(x_0)$ avec $x_0 = 3$. Donc T_A : $y = f\,'(3)\,[x - 3] + f(3)$
étudier la position relative de C_f par rapport à la droite (T) avec par exemple (T) : $y = -4x + 3$	Etudier la position relative de la courbe C_f et de la droite (T) revient à comparer les ordonnées de deux points de même abscisse x ($x \in D_f$) : → l'un , noté M , situé sur C_f et d'ordonnée : $y_M = f(x)$ → l'autre , noté P , situé sur (T) et d'ordonnée : $y_p = -4x + 3$ Avec x élément de D_f : $y_M - y_P = f(x) - (-4x + 3)$
C_f possède-t-elle des droites tangentes de coefficient directeur donné par exemple égal à 2 ?	Avec f dérivable en x_0 la courbe C_f admet en son point d'abscisse x_0 une droite tangente (T) de coefficient directeur $f\,'(x_0)$. Par conséquent : C_f admet au moins une droite tangente de coefficient directeur 2 ssi on peut trouver au moins un réel x_0 tel que : **f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = 2$**
C_f possède-t-elle des droites tangentes parallèles à l'axe (Ox) ?	Une droite parallèle à l'axe (Ox) est une droite de coefficient directeur égal à 0 . D'autre part : avec f dérivable en x_0 la courbe C_f admet en son point d'abscisse x_0 une droite tangente (T) de coefficient directeur $f\,'(x_0)$. Par conséquent : C_f admet au moins une droite tangente parallèle à l'axe (Ox) ssi on peut trouver au moins un réel x_0 tel que : **f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = 0$**
C_f possède-t-elle des droites tangentes parallèles à une droite Δ dont on connaît l'équation réduite ? par exemple : Δ : $y = -2x + 1$	Avec l'équation réduite de Δ : $y = -2x + 1$ on obtient Δ de coefficient directeur -2 D'autre part : → avec f dérivable en x_0 , la courbe C_f admet en son point d'abscisse x_0 une droite tangente (T) de coefficient directeur $f\,'(x_0)$. → deux droites non parallèles à (Oy) sont parallèles ssi elles ont le même coefficient directeur . Par conséquent : C_f admet au moins une droite tangente parallèle à Δ ssi on peut trouver au moins un réel x_0 tel que : **f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = -2$**
C_f possède-t-elle des droites tangentes dirigées par un vecteur donné ? par exemple par $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$	Avec f dérivable en x_0 la courbe C_f admet en son point d'abscisse x_0 une droite tangente (T) dirigée par $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ f'(x_0) \end{pmatrix}$. Le vecteur directeur de (T) qui a une première coordonnée égale à 2 est $2\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 2f'(x_0) \end{pmatrix}$. Par conséquent : C_f admet au moins une droite tangente dirigée par $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ ssi on peut trouver au moins un réel x_0 tel que : **f est dérivable en x_0 et $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{u}$ soit : $2f'(x_0) = -6$**