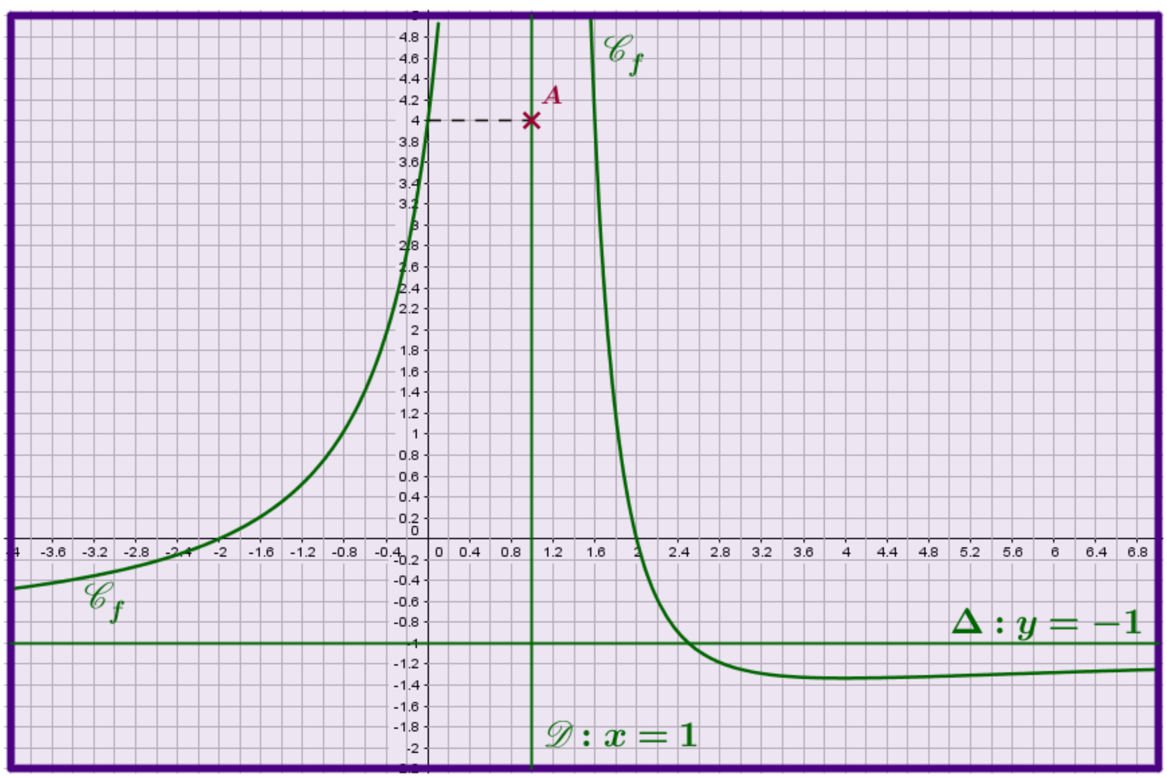
Dérivées - DS 2h - énoncé

exercice 1 Citer les deux théorèmes donnant respectivement l'ensemble de dérivabilité D' pour une fonction polynôme et pour une fonction rationnelle . Dans chacun des cas suivants on demande de calculer $f\,'(x)$ pour x élément de l'ensemble D' de dérivabilité de f (**on ne demande pas de justifier** D')

1) $f(x) = -\dfrac{5}{6}x^9 - \frac{2}{21}x^7 - \frac{3}{8}x^4 + x^2\sqrt{3} - 4x + 1$ on a : $D' = \mathbb{R}$
2) $f(x) = (3x-2)^4(2x^2+5x)^3$ on a : $D' = \mathbb{R}$ (écrire $f'(x)$ sous forme factorisée)
3) $f(x) = -3x^2 - \dfrac{2}{(4-5x)^2}$ on a : $D' = \mathbb{R} - \left\{\dfrac{4}{5}\right\}$
4) $f(x) = \dfrac{2x^2-4x+3}{(2x+4)(3x-2)}$ on a : $D' = \mathbb{R} - \left\{\dfrac{2}{3}, -2\right\}$
5) $f(x) = \left(\dfrac{1-4x}{3x+2}\right)^3$ on a : $D' = \mathbb{R} - \left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$
6) $f(x) = \dfrac{(2x+1)^3}{3x^2+4x-4}$ on a : $D' = \mathbb{R} - \left\{-2, \dfrac{2}{3}\right\}$ factoriser le numérateur de $f\,'(x)$

exercice 2 On considère la fonction suivante $f : x \longmapsto f(x)$ avec $f(x) = \dfrac{4-x^2}{(x-1)^2}$

La figure suivante donne la représentation graphique C_f dans un plan muni d'un repère orthonormal . C_f possède deux droites asymptotes : $D : x = 1$ *et* $\Delta : y = -1$.



1) Préciser l'ensemble D' de dérivabilité de f puis justifier en calculant $f\,'(x)$:

$$\forall x \in D' \text{ , } f\,'(x) = \frac{2(x-4)}{(x-1)^3}$$

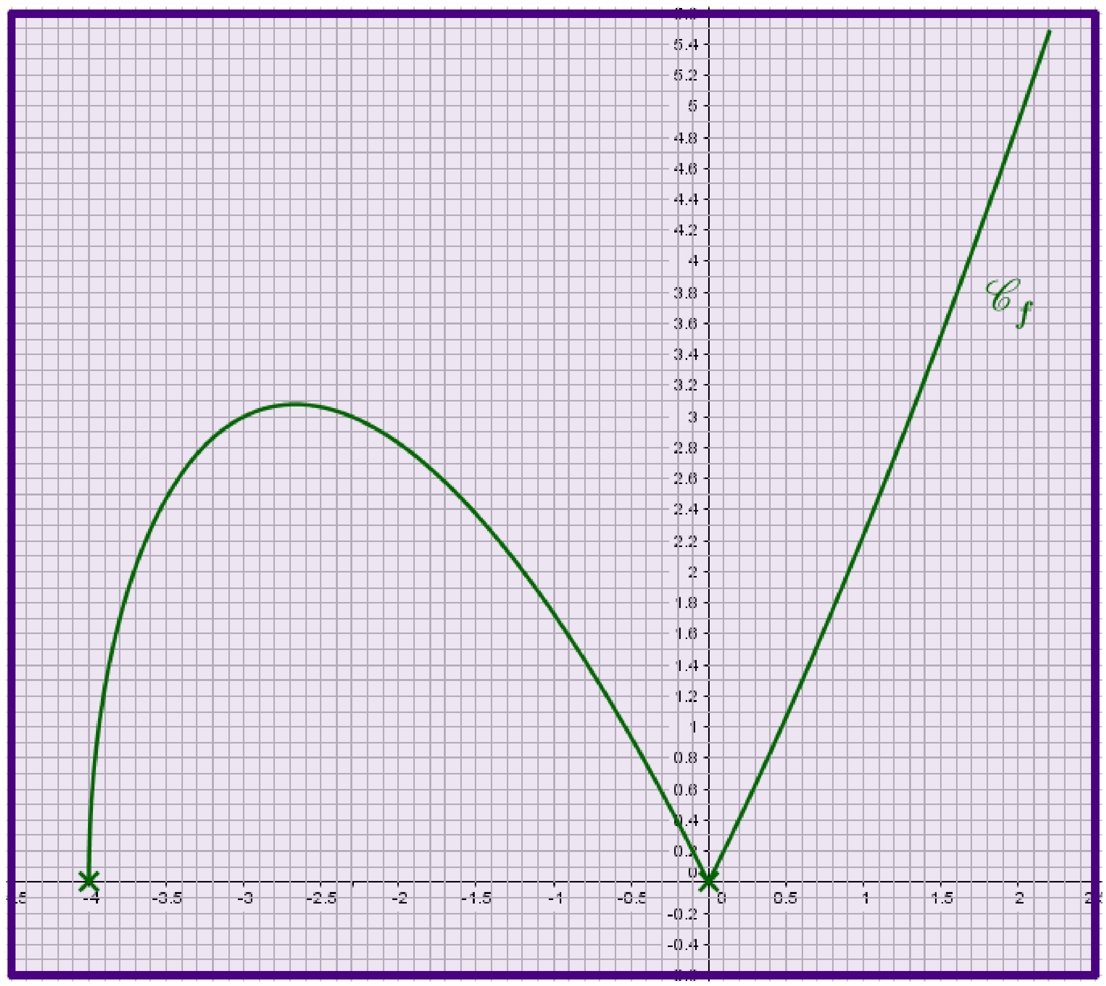
2) Justifier que C_f possède une seule droite tangente parallèle à l'axe (Ox) puis la tracer sur la figure .

3) Justifier que C_f possède deux droites tangentes contenant $A\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$; Les tracer sur la figure .

exercice 3

On considère la fonction suivante $f : x \longmapsto f(x)$ avec $f(x) = |x|\sqrt{x+4}$

Toutes les droites tangentes ou les demi-tangentes associées aux différentes questions de cet exercice doivent être tracées sur la figure donnant la représentation graphique C_f de la fonction f dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



1) Justifier : l'ensemble de définition de f est $D_f = [-4, +\infty[$ puis pour x élément de D_f , écrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue .

2) Calculer $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ h > 0}} \dfrac{f(-4+h) - f(-4)}{h}$. Que peut-on en déduire pour la courbe C_f ?

3) Faire une étude de dérivabilité en 0 . Que peut-on en déduire pour la courbe C_f ?

4) Calculer $f\,'(x)$ pour x strictement supérieur à -4 et distinct de 0 .

5) La courbe C_f admet-elle des droites tangentes parallèles à l'axe (Ox) ?

6) Ecrire une équation de la droite (T) tangente à C_f en son point d'abscisse -3 puis tracer (T) .

exercice	1	2	3	NOM :
temps conseillé $\simeq$	$\simeq 40mn$	$\simeq 25mn$	$\simeq 50mn$	Prénom :