

Calcul Algébrique - énoncés feuille 1

Développer

page 1 / 3

exercice 1 1) Donner la forme développée des produits suivants

$(a + b)^2 =$	$(a - b)^2 =$	$(a - b)(a + b) =$
$(a - b)(b - a) =$	$(a + b)(a + b) =$	$(a + b)(a - b) =$
$(-a - b)(-a + b) =$	$(-a + b)^2 =$	$(-a - b)^2 =$
$(a - b)(b + a) =$	$(a + b)(b + a) =$	$(a + b)(-a - b) =$
$-(a - b)^2 =$	$-(a + b)^2 =$	$(b + a)(a - b) =$

2) En déduire le produit (ou les produits) qui a (ou qui ont) :

→ la même forme développée que $(a + b)^2$:
réponse : $(a + b)^2 =$
→ la même forme développée que $(a - b)^2$:
réponse : $(a - b)^2 =$
→ la même forme développée que $-(a - b)^2$
réponse : $-(a - b)^2 =$
→ la même forme développée que $-(a + b)^2$
réponse : $-(a + b)^2 =$
→ la même forme développée que $(a + b)(a - b)$
réponse : $(a + b)(a - b) =$

3) Chacune des expressions suivantes peut s'écrire sous la forme d'un des produits remarquables cités à la question 1

3-1 Compléter le tableau en s'inspirant de l'exemple traité

L'expression proposée est	L' expression est de la forme ? avec $a = ?$ et $b = ?$
exemple : $A(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 + x - 1)$	exemple : $A(x)$ est de la forme $(a + b)(a - b)$ avec $a = (x^2 + x)$ et $b = 1$
$B(x) = (-3x + 7)^2$	$B(x)$ est de la forme
$C(x) = (-3x - 7)^2$	$C(x)$ est de la forme
$D(x) = (-4x + 7)(-4x - 7)$	$D(x)$ est de la forme
$E(x) = (-5x - 8)(5x + 8)$	$E(x)$ est de la forme
$F(x) = (-7x + 3)(3 - 7x)$	$F(x)$ est de la forme
$G(x) = (3 + 7x)(7x + 3)$	$G(x)$ est de la forme
$H(x) = (5 - 3x)(3x - 5)$	$H(x)$ est de la forme
$I(x) = (3x^2 + 4x)(-3x^2 - 4x)$	$I(x)$ est de la forme
$J(x) = (x^2 + 2x + 7)(x^2 - 2x - 7)$	$J(x)$ est de la forme
$K(x) = (2x^2 - 7x + 3)(2x^2 + 7x - 3)$	$K(x)$ est de la forme
$L(x) = (2x^2 - 3x + 4)(-2x^2 + 3x + 4)$	$L(x)$ est de la forme

3-2 Développer chacune des expressions du tableau précédent en mettant en évidence l'utilisation de chacun des produits remarquables utilisés .

1) $2(-3x + 4) =$
2) $-5(-3x + 4) =$
3) $\frac{5}{2}(-3x + 4) =$
4) $x(-3x + 4) =$
5) $x^2(-3x + 4) =$
6) $x^3(-3x + 4) =$
7) $2x^2(-3x + 4) =$
8) $5x^2(-3x + 4) =$
9) $-8x^3(5x^3 - 2x^2 + 6x - 5) =$
10) $5x^4(8x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 8x) =$

11) $(x + 2)(-3x + 4) =$
12) $(2x - 1)(-3x - 5) =$
13) $(x^2 + 5x + 2)(-3x + 4) =$
14) $(2x^2 + 5x + 7)(-x^2 + 3x - 4) =$
15) $(3x^2 - 4x + 5)^2 =$
16) $5(7x + 1)(-2x + 3) =$
17) $(-4x + 5)(2x + 3)(-x + 2) =$
18) $(2x - 1)(3 + 2x)(2x + 1) =$
19) $(x + 2)^3 =$
20) $(x + 2)^4 =$

exercice 3 La lettre x désigne un réel quelconque .

1)

L'expression proposée	Sa forme
$A(x) = (2x - 5)(-7x + 3)$	produit de deux facteurs
$B(x) = [3x + 2(-4x + 5)] [-2 + 3x(2x - 7)]$	
$C(x) = \frac{5}{6}x(42x - 24) + \frac{7}{8}x(-4x + 16)$	
$D(x) = (-2x)^3 - 7x(1 + 2x)(-x - 2) - 7x^2(x + 5)$	
$E(x) = (-x^3 + 4x^2 - 3x + 5)(-2x^2 + 7x - 5)$	
$F(x) = (-2x + 5)(5x - 2)(-3x - 1)$	
$G(x) = (3x + 7)^2 + (-3x + 7)^2 + (-7x + 3)^2 + (-7x - 3)^2$	somme de quatre termes
$H(x) = -3(5x - 4)(5x + 4) + 5(-3x + 4)(-3x - 4)$	

2) Développer , réduire et ordonner chacune des expressions du tableau

exercice 4 Pour tout réel x , on note : $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 1$

1) Ecrire la forme développée de P(x)

2) Justifier que P(x) est égal au carré de $x^2 - 5x + 5$

4) En déduire le réel k vérifiant : $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} - 4) = k^2 - 1$

exercice 5 On donne trois formes d'une même expression algébrique notée f(x)

forme 1 : $f(x) = 4(x - 5)^2 - 9$; **forme 2** : $f(x) = (2x - 7)(2x - 13)$; **forme 3** : $f(x) = 4x^2 - 40x + 91$

1) Vérifier que l'on obtient la forme 3 en développant les formes 1 et 2

2) Dans chacune des situations suivantes , choisir la forme la plus appropriée pour répondre à la question posée

2-1 Calculer $f(0)$; **2-2** Calculer $f(5)$; **2-3** Calculer $f\left(\frac{13}{2}\right)$; **2-4** Calculer $f(\sqrt{2})$; **2-5** Calculer $f(5 - \sqrt{2})$

2-6 Déterminer les réels x vérifiant : $f(x) = 0$; **2-7** Déterminer les réels x vérifiant : $f(x) = 91$

2-8 Déterminer les réels x vérifiant : $f(x) = -9$; **2-9** Justifier : pour tout réel x : $f(x) \geq -9$

En utilisant , chaque fois que c'est possible , un des trois produits remarquables à connaître et en mettant en évidence cette utilisation (comme le montrent les exemples traités ci-dessous) , développer , réduire et ordonner chacune des expressions des trois tableaux ci-dessous .

exemples traités :

$$P(x) = (-3x + 7)(7 + 3x) = \underbrace{(7 - 3x)(7 + 3x) = 7^2 - (3x)^2 = 49 - 9x^2 = -9x^2 + 49}_{\text{réponse attendue}}$$

$$Q(x) = (-3x - 4)(3x + 4) = \underbrace{-(3x + 4)(3x + 4) = -(3x + 4)^2 = -[(3x)^2 + 2(12x) + 4^2] = -[9x^2 + 24x + 16 = -9x^2 - 24x - 16]}_{\text{réponse attendue}}$$

$$R(x) = (-2x - 3\sqrt{3})(-2x + 3\sqrt{3}) = \underbrace{(-2x)^2 - (3\sqrt{3})^2 = 4x^2 - 27}_{\text{réponse attendue}}$$

$$S(x) = (x^2 - 2x + 1)(x^2 + 2x + 1) = \underbrace{[(x^2 + 1) - 2x][(x^2 + 1) + 2x] = (x^2 + 1)^2 - (2x)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2) + (1)^2 - 4x^2 = x^4 - 2x^2 + 1}_{\text{réponse attendue}}$$

remarque : Dans les tableaux ci-dessous , les expressions notées A(x) ,B(x) , , O(x) ont des formes analogues aux expressions notées a(x) , b(x) , ... , o(x) .

tableau n°1 : les expressions proposées
$a(x) = (4x + 5)(4x - 5)$
$b(x) = (-2x + 1)(-2x + 1)$
$c(x) = (7x\sqrt{2} - \sqrt{2})(7x\sqrt{2} - \sqrt{2})$
$d(x) = (-6x - 4)(-6x - 4)$
$e(x) = (-5x - 3)(5x + 3)$
$f(x) = (8x - 1)(-8x + 1)$
$g(x) = (-7x + 1)(-7x - 1)$
$h(x) = (3x - 2)^3$
$i(x) = (-2 - 3x)^2(-2 + 3x)^2$
$j(x) = (2 + x)^3(2 - x)^2$
$k(x) = (2(x - 1) + \sqrt{3})(2(x - 1) - \sqrt{3})$
$l(x) = (\sqrt{5}(x + 3) + \sqrt{2}(-x - 4))(\sqrt{5}(x + 3) - \sqrt{2}(-x - 4))$

tableau n°2 : les expressions proposées
$A(x) = (3x + 5)(3x - 5)$
$B(x) = (-5x - 2)(-5x - 2)$
$C(x) = (-2x\sqrt{3} + \sqrt{3})(-2x\sqrt{3} + \sqrt{3})$
$D(x) = (-3x - 4)(-3x - 4)$
$E(x) = (-7x - 3)(7x + 3)$
$F(x) = (6x - 1)(-6x + 1)$
$G(x) = (-5x + 7)(-5x - 7)$
$H(x) = (2x - 3)^3$
$I(x) = (-3 - 2x)^2(-3 + 2x)^2$
$J(x) = (3 + x)^3(3 - x)^2$
$K(x) = (3(x - 1) + \sqrt{5})(3(x - 1) - \sqrt{5})$
$L(x) = (\sqrt{3}(x + 4) + \sqrt{2}(-x - 3))(\sqrt{3}(x + 4) - \sqrt{2}(-x - 3))$

tableau n°3 : les expressions proposées
$m(x) = (-\sqrt{2}x + 1)(1 + 2x^2)(-\sqrt{2}x - 1)(1 + 4x^4)$
$M(x) = (-\sqrt{3}x + 1)(1 + 3x^2)(-\sqrt{3}x - 1)(1 + 9x^4)$
$n(x) = (2x^2 + 3x + 1)(2x^2 - 3x - 1) + (-2x^2 + 3x + 1)(-2x^2 - 3x + 1)$
$N(x) = (3x^2 + 2x + 1)(3x^2 - 2x - 1) + (-x^2 + 3x + 1)(-x^2 - 3x + 1)$
$o(x) = (x - \sqrt{5})(x^2 + x\sqrt{10} + 5)(x + \sqrt{5})(x^2 - x\sqrt{10} + 5)(x^2 + 5)$
$O(x) = (x - \sqrt{3})(x^2 + x\sqrt{6} + 3)(x + \sqrt{3})(x^2 - x\sqrt{6} + 3)(x^2 + 3)$
$(x - \sqrt{6})(x^2 + 2x\sqrt{3} + 6)(x + \sqrt{6})(x^2 - 2x\sqrt{3} + 6)(x^2 + 6)$