

Calcul Algébrique - énoncés feuille 2

Factoriser

page 1 / 4

Préalable : les quatre outils permettant de factoriser

situation 1 : l'expression à factoriser est la forme développée d'un produit remarquable

forme 1 : $a^2 + 2ab + b^2$ Autrement dit : on reconnaît une expression comportant **trois termes** où deux de ces trois termes sont les carrés a^2 et b^2 de deux nombres a et b , le troisième (égal à $+2ab$) représentant le double produit de a et de b

outil n°1 La forme factorisée de $a^2 + 2ab + b^2$ est : $(a + b)^2$ ou $(a + b)(a + b)$

forme 2 : $a^2 - 2ab + b^2$ Autrement dit : on reconnaît une expression comportant **trois termes** où deux de ces trois termes sont les carrés a^2 et b^2 de deux nombres a et b , le troisième (égal à $-2ab$) représentant l'opposé du double produit de a et de b

outil n°2 La forme factorisée de $a^2 - 2ab + b^2$ est : $(a - b)^2$ ou $(a - b)(a - b)$

forme 3 : $a^2 - b^2$ Autrement dit : on reconnaît une expression de **deux termes** qui est une différence de deux carrés

outil n°3 La forme factorisée de $a^2 - b^2$ est : $(a + b)(a - b)$ ou $(a - b)(a + b)$

situation 2 : l'expression à factoriser est un produit de facteurs, chaque produit utilisant un facteur commun

des exemples	la forme de l'expression qui doit être factorisée	le facteur < commun >	outil n°4 sa forme factorisée
somme de deux produits	• $Fa + Fb$	F	• $Fa + Fb = F(a + b)$
différence de deux produits	• $Fa - Fb$	F	• $Fa - Fb = F(a - b)$
somme de deux produits	• $Fa + F$ soit $Fa + F \times 1$	F	• $Fa + F = F(a + 1)$
différence de deux produits	• $Fa - F$ soit $Fa - F \times 1$	F	• $Fa - F = F(a - 1)$
somme de trois produits	• $Fa + Fb + Fc$	F	• $Fa + Fb + Fc = F(a + b + c)$
avec quatre produits	• $Fa - Fb + Fc - Fd$	F	• $Fa - Fb + Fc - Fd = F(a - b + c - d)$

exercice 1 on utilise un seul des quatre outils pour factoriser et on met en évidence la possibilité d'utiliser cet outil (comme le montre les exemples traités)

Première partie : en utilisant l'outil n°3 : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ou bien $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$A(x) = 4x^2 - 9 = (2x)^2 - (3)^2 = (2x - 3)(2x + 3)$
$B(x) = 25x^2 - 64 =$
$C(x) = 49 - 64x^2 =$
$D(x) = 9x^2 - 7 =$
$E(x) = 5 - 7x^2 =$
$F(x) = -25 + 9x^2 =$
$G(x) = -64x^2 + 81$
$H(x) = 49x^2 - 32$
$I(x) = (x + 2)^2 - 9$
$J(x) = (2x + 3)^2 - 9x^2$

$$K(x) = 4(x + 1)^2 - 9 =$$

$$K(x) =$$

$$L(x) = 25(x - 2)^2 - 16x^2 =$$

$$L(x) =$$

$$M(x) = (2x - 5)^2 - 16 =$$

$$M(x) =$$

$$N(x) = (3x - 1)^2 - 4x^2 =$$

$$N(x) =$$

$$O(x) = 9(x - 2)^2 - 4 =$$

$$O(x) =$$

$$P(x) = 4(-2x + 3)^2 - 49x^2 =$$

$$P(x) =$$

$$Q(x) = (3x + 1)^2 - (5x + 6)^2 =$$

$$Q(x) =$$

$$Q(x) =$$

$$R(x) = (-2x - 7)^2 - (6x + 5)^2 =$$

$$R(x) =$$

$$R(x) =$$

$$S(x) = 4(x + 3)^2 - (7x + 4)^2 =$$

$$S(x) =$$

$$S(x) =$$

$$T(x) = 4(2x - 3)^2 - 25(-x + 4)^2 =$$

$$T(x) =$$

$$T(x) =$$

$$U(x) = -16(x + 6)^2 + 81(2 - 5x)^2 =$$

$$U(x) =$$

$$U(x) =$$

Deuxième partie : en utilisant l'un des deux outils n°1 et n°2 : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$a(x) = 16x^2 + 24x + 9 = (4x)^2 + 2(12x) + (3)^2 = (4x + 3)^2$$

$$b(x) = 25x^2 + 4 - 20x = (5x)^2 + (2)^2 - 2(10x) = (5x - 2)^2$$

$$c(x) = 9x^2 - 12x + 4 =$$

$$d(x) = x^2 - 18x + 81 =$$

$$e(x) = 25x^2 + 49 + 70x =$$

$$f(x) = 9x^2 - 30x + 25 =$$

$$g(x) = 4x^2 + 3x + \frac{9}{16} =$$

$$i(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} =$$

$$j(x) = 4x^4 + 28x^2 + 49 =$$

situation 4-1 : le facteur commun est une constante réelle
$A_1(x) = 14x + 21 =$
$B_1(x) = -15x - 10 =$
$C_1(x) = 8x + 10 =$
$D_1(x) = \frac{3}{2}x + \frac{21}{2} =$
$E_1(x) = (4x - 2)(-18x + 9) =$

situation 4-2 : le facteur commun est une puissance de x : x, x^2, x^3, \dots
$A_2(x) = -2x^2 + 3x =$
$B_2(x) = 4x^3 + 5x^2 =$
$C_2(x) = 2x^5 + 5x^4 - 4x^3 =$
$D_2(x) = x^6 + 2x^4 - 7x^2 =$
$E_2(x) = -2x^4 + 5x^3 + 7x^2 =$

situation 4-3 : le facteur commun est du type ax^n : $-3x, 4x^2, 7x^3, \dots$
$A_3(x) = -6x^2 - 21x =$
$B_3(x) = -20x^3 + 35x^2 =$
$C_3(x) = 8x^4 + 10x^3 - 6x^2 =$
$D_3(x) = -5x^6 + 15x^5 + 20x^4 =$
$E_3(x) = 4x^4 + 8x^3 - 24x^2 =$

situation 4-4 : le facteur commun est évident et est un facteur de degré 1 du type $ax + b$
$A_4(x) = (5x - 3)(x + 2) + 9(x + 2) =$
$B_4(x) = (7x - 4)(2x + 3) - 7(2x + 3) =$
$C_4(x) = (6x - 5)(-x + 5) + (-x + 5) =$
$D_4(x) = (-5x + 3)(3x + 2) - (3x + 2) =$
$E_4(x) = (4x + 9)^2 + 5(4x + 9) =$

situation 4-5 : le facteur commun est un facteur de degré 1 du type $ax + b$ à débusquer
$A_5(x) = (5x - 3)(2x + 1) + 14x + 7 =$
$B_5(x) = (5x - 3)(x + 2) - 10x^2 + 6x$
$C_5(x) = (5x + 3)(3x + 6) + (-2x - 4)(6x + 5) =$
$C_5(x) =$
$D_5(x) = (4x^2 - 9)(5x + 7) + 63 - 42x =$
$D_5(x) =$
$D_5(x) =$
$E_5(x) = (x^2 - 6x + 9) + (5x - 11)(-x + 3) =$
$E_5(x) =$
$E_5(x) =$

l'expression à factoriser	outils utilisés ?	forme factorisée de l'expression
$A(x) = 15x^2 + 6x$	1 2 3 4	$A(x) =$
$B(x) = 4(2 - 5x)^2 - (x + 3)^2$	1 2 3 4	$B(x) =$
$C(x) = 7x^4 - 28x^2$	1 2 3 4	$C(x) =$
$D(x) = (8x - 2)^2 - 4x + 1$	1 2 3 4	$D(x) =$
$E(x) = 121x^3 + 44x^2 + 4x$	1 2 3 4	$E(x) =$
$F(x) = \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{3}\right)(x + 1) - (1 + x)\left(\frac{3}{4}x + 5\right)$	1 2 3 4	$F(x) =$
$G(x) = \left(\frac{2}{3}x - 1\right)^2 - \frac{25}{9}(3 - x)^2$	1 2 3 4	$G(x) =$
$H(x) = (5x^2 + 3x - 2)^2 - (4x^2 - 3x - 2)^2$	1 2 3 4	$H(x) =$
$I(x) = (5 - 2x)(2x + 7) - 4x^2 + 25$	1 2 3 4	$I(x) =$
$J(x) = (x^2 - 6x + 9) + (5x - 3)(-x + 3) + 4x^4 - 12x^3$	1 2 3 4	$J(x) =$
$K(x) = (16x^2 + 8x + 1) - 8(x - 1)(12x + 3) + 16x^3 + 4x^2$	1 2 3 4	$K(x) =$
$L(x) = (16x^2 - 24x + 9) - (8x - 6)(3x - 7) + 3 - 4x$	1 2 3 4	$L(x) =$
$M(x) = 7x(3x - 2)^2(4 - 2x) - (2 - 3x)(15 - 42x)(4 - x^2)$	1 2 3 4	$M(x) =$
$N(x) = -4x^4 - 20x^3 + 25x^2 + 125x$	1 2 3 4	$N(x) =$
$O(x) = (2x + 5)^2 + (3x + 7)^2 - (4x + 1)^2 - (5x + 3)^2$	1 2 3 4	$O(x) =$

exercice 3

Factoriser au mieux chacune des expressions indiquées dans le tableau ci-dessous en respectant la consigne suivante :

Toute utilisation des produits remarquables ou d'un facteur commun (distinct d'une constante réelle ou distinct d'un facteur du type x , x^2 , $2x$, $-3x^4$, ax^n avec a non nul et n entier naturel) est à mettre en évidence

l'expression à factoriser	réponse
$A(x) = (-9x + 12)(-7x + 5) + (5x - 6)(28 - 21x)$	$(3x - 4)(-14x + 27)$
$B(x) = -9x^2 + 25 + (6x - 10)(7x + 3)$	$(5 - 3x)(-11x - 1)$
$C(x) = (49x^2 - 28x + 4)(-6x + 8) - (21x - 6)(-9x^2 + 24x - 16)$	$(7x - 2)(3x - 4)(-5x - 8)$
$D(x) = (16x^2 - 5)^2 - 2(16x^2 - 5)(25x^2 - 21) + (25x^2 - 21)^2$	$(4 - 3x)^2(4 + 3x)^2$
$E(x) = (x + 2)(4x^2 + 4x + 1) - 9x - 18$	$4(x - 1)(x + 2)^2$
$F(x) = 9(x + 3)^2 - 4(2x + 1)^2 - (x + 2)(14 - 2x)$	$(7 - x)(5x + 7)$
$G(x) = 36x^2 - 45x^3 + 17x(4 - 5x) + (4 - 5x)^2$	$(4 - 5x)(3x + 2)^2$
$H(x) = 9x^2(2 + 7x) - 8(7x + 2)(3x - 2) + (45x^2 - 120x + 80)$	$7(x + 1)(3x - 4)^2$
$I(x) = (10x^2 - 4x - 2)^2 - (x^2 - 4x + 2)^2 + (9x^2 - 4)(-10x^2 + 2x + 9)$	$(3x - 2)(3x + 2)(x - 3)^2$
$J(x) = (2x - 3)^2(6x^2 - 12x) + (-12x + 2)(2x - 3)(x^2 - 4)$	$-4(2x - 3)(x - 2)(10x - 1)$
$K(x) = 36x^2 - 28x^3 + 19x(9 - 7x) + (9 - 7x)^2$	$(9 - 7x)(2x + 3)^2$
$L(x) = (2x - 5)^2(4x^2 + 12x) + (-8x + 3)(2x - 5)(x^2 - 9)$	$(2x - 5)(x + 3)(7x - 9)$
$M(x) = -(3x + 11)^2 - 4(3x + 5)^2 + (7x + 8)^2 + (4x + 9)^2$	$2(10x + 19)(x - 2)$