feuille d'exos 3 corrigé - tableaux de signe , inéquations

exercice 1 Compléter (en justifiant) les tableaux de signe suivants puis les équivalences des déductions demandées :

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$		$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$2x+7$	signe de - a $-$	0	$+$	signe de a , a= 2	$+$
$-12x+16$	$+$	signe de - a	$+$	0	signe de a , a= -12 $-$
$(2x+7)(-12x+16)$	$-$	0	$+$	0	$-$

justifications • $2x+7=0 \Leftrightarrow 2x=-7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{2}$

• $-12x+16=0 \Leftrightarrow -12x=-16 \Leftrightarrow x=\frac{-16}{-12} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$

classement des valeurs d'annulation : $-\frac{7}{2}<0$ et $\frac{4}{3}>0$ donc : $-\frac{7}{2}<\frac{4}{3}$

Compléter : $(2x+7)(-12x+16)>0 \Leftrightarrow x \in \left]-\frac{7}{2},\frac{4}{3}\right[$

x	$-\infty$	$-\frac{9}{7}$		$-\frac{11}{9}$	$+\infty$
$-9x-11$	$+$	signe de - a	$+$	0	signe de a , a= -9 $-$
$-7x-9$	signe de - a $+$	0	signe de a , a= -7 $-$		$-$
$(-9x-11)(-7x-9)$	$+$	0	$-$	0	$+$

justifications • $-9x-11=0 \Leftrightarrow -9x=11 \Leftrightarrow 9x=-11 \Leftrightarrow x=-\frac{11}{9}$

• $-7x-9=0 \Leftrightarrow -7x=9 \Leftrightarrow 7x=-9 \Leftrightarrow x=-\frac{9}{7}$

classement des valeurs d'annulation : $\frac{11}{9}=\frac{11\times 7}{9\times 7}=\frac{77}{63}$ et $\frac{9}{7}=\frac{9\times 9}{7\times 9}=\frac{81}{63}$

Donc : $\frac{11}{9}<\frac{9}{7}$ et $-\frac{11}{9}>-\frac{9}{7}$ (car : $-1<0$)

Compléter : $(-9x-11)(-7x-9)\leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{9}{7},-\frac{11}{9}\right]$

x	$-\infty$	$\frac{8}{5}$		$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$(5x-8)^2$	$+$	0	$+$		$+$
$5-3x$	$+$	signe de - a	$+$	0	signe de a , a= -3 $-$
$(5x-8)^2(5-3x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

justifications

• Pour tout réel x , $(5x-8)^2\geq 0$ et $(5x-8)^2=0 \Leftrightarrow 5x-8=0 \Leftrightarrow 5x=8 \Leftrightarrow x=\frac{8}{5}$

• $5-3x=0 \Leftrightarrow -3x=-5 \Leftrightarrow 3x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{3}$

classement des valeurs d'annulation : $\rightarrow$ avec la calculatrice : $\frac{8}{5}=1,6$ et $\frac{5}{3}\simeq 1,667$ donc : $\frac{8}{5}<\frac{5}{3}$

$\rightarrow$ sans calculatrice : $\frac{8}{5}-\frac{5}{3}=\frac{24}{15}-\frac{25}{15}=-\frac{1}{15}$ donc : $\frac{8}{5}-\frac{5}{3}<0$ puis : $\frac{8}{5}<\frac{5}{3}$

Compléter : $(5x-8)^2(5-3x)\leq 0 \Leftrightarrow x \in \left\{\frac{8}{5}\right\}\cup\left[\frac{5}{3},+\infty\right[$; $(5x-8)^2(5-3x)>0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty,\frac{8}{5}\right[\cup\left]\frac{8}{5},\frac{5}{3}\right[$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{9}$		0	$+\infty$
x^2	$+$		$+$	0	$+$
$9x+7$	signe de -a $-$	0	$+$	signe de a , a=9	$+$
$-9x^2-7$	$-$		$-$		$-$
$x^2(9x+7)(-9x^2-7)$	$+$	0	$-$	0	$-$

justifications • Pour tout réel x , $x^2\geq 0$ et $x^2=0 \Leftrightarrow x=0$ • $9x+7=0 \Leftrightarrow 9x=-7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{9}$ et $-\frac{7}{9}<0$

• $-9x^2-7$ est de signe constant strictement négatif sur $\mathbb{R}$. En effet :

Pour tout réel x , $x^2\geq 0$ et $-9<0$. Donc : pour tout réel x , $-9x^2\leq 0$.

Par conséquent : pour tout réel x , $-9x^2-7\leq 0-7$ soit $-9x^2-7\leq -7$.

Or : $-7<0$. Donc : pour tout réel x , $-9x^2-7<0$.

Compléter : $\rightarrow x^2(9x+7)(-9x^2-7)<0 \Leftrightarrow x \in \left]-\frac{7}{9},+\infty\right[-\{0\}$

$\rightarrow x^2(9x+7)(-9x^2-7)\geq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty,-\frac{7}{9}\right[\cup\{0\}$

exercice 2 Compléter (en justifiant) les tableaux de signe suivants puis les équivalences des déductions demandées :

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		$\frac{7}{3}$		$+\infty$
$3x+5$		signe de - a $-$	0	$+$ signe de	a , a= 3	$+$	
$-15x+35$		$+$	signe de	- a $+$	0	signe de a , a= - 15 $-$	
$(3x+5)(-15x+35)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

justifications • $3x+5=0 \Leftrightarrow 3x=-5 \Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{3}$

• $-15x+35=0 \Leftrightarrow -15x=-35 \Leftrightarrow 15x=35 \Leftrightarrow x=\dfrac{35}{15} \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{3}$

classement des valeurs d'annulation :

$-\dfrac{5}{3}<0$ et $\dfrac{7}{3}>0$ donc : $-\dfrac{5}{3}<\dfrac{7}{3}$

Compléter : $(3x+5)(-15x+35)>0 \Leftrightarrow x \in \left]-\dfrac{5}{3}, \dfrac{7}{3}\right[$

x	$-\infty$		$-\frac{13}{11}$		0		$+\infty$
$-5x^2$		$-$		$-$	0	$-$	
$-13-11x$		$+$	signe de	- a	0	$-$	signe de a , a= - 11 $-$	
$-5x^2(-13-11x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

justifications

• Pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $-5<0$. Donc : pour tout réel x , $-5x^2 \leq 0$

D'autre part : $-5x^2=0 \underset{-5\neq 0}{\Leftrightarrow} x^2=0 \Leftrightarrow x=0$

• $-13-11x=0 \Leftrightarrow -11x=13 \Leftrightarrow 11x=-13 \Leftrightarrow x=-\dfrac{13}{11}$ et $-\dfrac{13}{11}<0$

Compléter : $-5x^2(-13-11x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\dfrac{13}{11}\right[\cup \{0\}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{4}$		$-\frac{3}{7}$		$+\infty$
$(7x+3)^2$		$+$		$+$	0	$+$	
$4x+5$		$-$ signe de	- a 0	$+$		signe de a , a= 4 $+$	
$(7x+3)^2(4x+5)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

justifications

• Pour tout réel x , $(7x+3)^2 \geq 0$ et $(7x+3)^2=0 \Leftrightarrow 7x+3=0 \Leftrightarrow 7x=-3 \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{7}$

• $4x+5=0 \Leftrightarrow 4x=-5 \Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{4}$

classement des valeurs d'annulation :

$3<7$ entraîne : $\dfrac{3}{7}<1$; $5>4$ entraîne : $\dfrac{5}{4}>1$. Donc $\dfrac{3}{7}<\dfrac{5}{4}$. Le réel le plus proche de 0 est $\dfrac{3}{7}$

C'est donc $\dfrac{3}{7}$ qui a le plus grand opposé et : $-\dfrac{5}{4}<-\dfrac{3}{7}$

Compléter: $(7x+3)^2(4x+5) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\dfrac{5}{4}\right] \cup \left\{-\dfrac{3}{7}\right\}$; $(7x+3)^2(4x+5)>0 \Leftrightarrow x \in \left]-\dfrac{5}{4}, -\dfrac{3}{7}\right[\cup \left]-\dfrac{3}{7}, +\infty\right[$

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$-5x$		$+$ signe	de -a	$+$	0	signe de a , a= - 5 $-$	
$4x+12$		signe de -a $-$	0	$+$ signe de	a , a= 4	$+$	
$4x^2+15$		$+$		$+$		$+$	
$-6x^2-7$		$-$		$-$		$-$	
Produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

justifications • $-5x=0 \underset{-5\neq 0}{\Leftrightarrow} x=0$; • $4x+12=0 \Leftrightarrow 4x=-12 \Leftrightarrow x=-\dfrac{12}{4} \Leftrightarrow x=-3$ et $-3<0$

• $4x^2+15$ est de signe constant strictement positif sur $\mathbb{R}$. En effet :

Pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $4>0$. Donc : pour tout réel x , $4x^2 \geq 0$.

Par conséquent : pour tout réel x , $4x^2+15 \geq 0+15$ soit $4x^2+15 \geq 15$.

Or : $15>0$. Donc : pour tout réel x , $4x^2+15>0$.

• $-6x^2-7$ est de signe constant strictement négatif sur $\mathbb{R}$. En effet :

Pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $-6<0$. Donc : pour tout réel x , $-6x^2 \leq 0$.

Par conséquent : pour tout réel x , $-6x^2-7 \leq 0-7$ soit $-6x^2-7 \leq -7$.

Or : $-7<0$. Donc : pour tout réel x , $-9x^2-7<0$.

exercice 3 x désignant un réel quelconque , on note : $E(x) = (5x-1)^2 - (3x+4)^2$

1) $\rightarrow$ forme développée de $E(x)$:

$E(x) = (5x-1)^2 - (3x+4)^2 = (5x)^2 - 2(5x)(1) + (1)^2 - \left[(3x)^2 + 2(3x)(4) + (4)^2\right] = 25x^2 - 10x + 1 - \left[9x^2 + 24x + 16\right] = 25x^2 - 10x + 1 - 9x^2 - 24x - 16$

$E(x) = 16x^2 - 34x - 15$

$\rightarrow$ forme factorisée de $E(x)$: $E(x)$ est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 5x - 1$, $b = 3x + 4$. Or : pour tous réels a et b , $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Donc : $E(x) = (5x-1)^2 - (3x+4)^2 = [(5x-1) + (3x+4)]\,[(5x-1) - (3x+4)] = [5x - 1 + 3x + 4]\,[5x - 1 - 3x - 4] = (8x+3)(2x-5)$

2) • S_1 désigne l'ensemble solution de (I_1) : $x \in \mathbb{R}$, $E(x) \geq 0$.

Préalable : l'inégalité $E(x) \geq 0$ étant associée au signe de $E(x)$, c'est la forme factorisée de $E(x)$ qui est la plus adaptée pour connaître le signe de $E(x)$.

Donc pour tout réel x ,

$x \in S_1 \Leftrightarrow E(x) \geq 0 \Leftrightarrow (8x+3)(2x-5) \geq 0$

D'après le tableau de signe de $(8x+3)(2x-5)$

$(8x+3)(2x-5) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{3}{8}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right[$

Par conséquent :

$\boxed{S_1 = \left]-\infty, -\frac{3}{8}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right[}$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{8}$		$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$8x+3$	signe de - a $-$	0	signe de a , a = 8 $+$		$+$
$2x-5$	$-$		signe de - a $-$	0	signe de a , a = 2 $+$
$(8x+3)(2x-5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

tableau de signe de $(8x+3)(2x-5)$

• $8x + 3 = 0 \Leftrightarrow 8x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{8}$

• $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

Et : $-\frac{3}{8} < \frac{5}{2}$

• S_2 désigne l'ensemble solution de (I_2) : $x \in \mathbb{R}$, $E(x) \geq 16x^2 + 2$.

Préalable : Le second membre de l'inégalité $E(x) \geq 16x^2 + 2$ a le même terme de degré deux que la forme développée de $E(x)$. Pour résoudre (I_2) , nous utiliserons donc la forme développée de $E(x)$. Pour tout réel x ,

$x \in S_2 \Leftrightarrow E(x) \geq 16x^2 + 2 \Leftrightarrow 16x^2 - 34x - 15 \geq 16x^2 + 2 \Leftrightarrow 16x^2 - 34x - 15 - 16x^2 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow -34x - 17 \geq 0 \Leftrightarrow -34x \geq 17 \underset{-34<0}{\Leftrightarrow} x \leq \frac{17}{-34} \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{2}$, Solution is: $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$

Ainsi : $x \in S_2 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$. D'où : $\boxed{S_2 = \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]}$

• S_3 désigne l'ensemble solution de (I_3) : $x \in \mathbb{R}$, $E(x) \geq (5x-1)^2$

Préalable : Le second membre de l'inégalité $E(x) \geq (5x-1)^2$ fait intervenir le même terme carré que la forme initiale de $E(x)$. Pour résoudre (I_3) , nous utiliserons donc la forme donnée pour $E(x)$ en début d'énoncé . Pour tout réel x ,

$x \in S_3 \Leftrightarrow E(x) \geq (5x-1)^2 \Leftrightarrow (5x-1)^2 - (3x+4)^2 \geq (5x-1)^2 \Leftrightarrow (5x-1)^2 - (5x-1)^2 \geq (3x+4)^2 \Leftrightarrow 0 \geq (3x+4)^2 \Leftrightarrow (3x+4)^2 \leq 0$

D'autre part : $\rightarrow$ pour tout réel x , $(3x+4)^2 \geq 0$; $\rightarrow$ 0 est le seul réel qui est à la fois positif et négatif

Par conséquent : $x \in S_3 \Leftrightarrow (3x+4)^2 \leq 0 \underset{\forall x \in \mathbb{R}, (3x+4)^2 \geq 0}{\Leftrightarrow} (3x+4)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$. Ainsi : $\boxed{S_3 = \left\{-\frac{4}{3}\right\}}$

exercice 4 • S_1 désigne l'ensemble solution de (I_1) : $x \in \mathbb{R}$, $81x^2 - 72x + 16 > 0$. Pour tout réel x ,

$x \in S_1 \Leftrightarrow 81x^2 - 72x + 16 > 0 \Leftrightarrow (9x)^2 - 2(9x)(4) + (4)^2 > 0 \Leftrightarrow (9x-4)^2 > 0$ (pour tous réels a et b , $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$)

D'autre part : pour tout réel x , $(9x-4)^2 \geq 0$ et $(9x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow 9x - 4 = 0 \Leftrightarrow 9x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{9}$.

Par conséquent : $x \in S_1 \Leftrightarrow (9x-4)^2 > 0$ devient : $x \in S_1 \Leftrightarrow (9x-4)^2 \neq 0$ soit $x \in S_1 \Leftrightarrow x \neq \frac{4}{9}$. Ainsi : $\boxed{S_1 = \mathbb{R} - \left\{\frac{4}{9}\right\}}$

• S_2 désigne l'ensemble solution de (I_2) : $x \in \mathbb{R}$, $(-3x-5)^2 \leq (4x-3)^2$. Pour tout réel x ,

$x \in S_2 \Leftrightarrow (-3x-5)^2 \leq (4x-3)^2 \Leftrightarrow (-3x-5)^2 - (4x-3)^2 \leq 0$.

$(-3x-5)^2 - (4x-3)^2$ est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = -3x-5$, $b = 4x-3$ et pour tous réels a et b , $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Donc :

$x \in S_2 \Leftrightarrow [(-3x-5)-(4x-3)]\,[(-3x-5)+(4x-3)] \leq 0$

$x \in S_2 \Leftrightarrow [-3x-5-4x+3]\,[-3x-5+4x-3] \leq 0$

$x \in S_2 \Leftrightarrow (-7x-2)(x-8) \leq 0$

D'après le tableau de signe de $(-7x-2)(x-8)$ on obtient :

$x \in S_2 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\dfrac{2}{7}\right] \cup [8, +\infty[$

Ainsi : $\boxed{S_2 = \left]-\infty, -\dfrac{2}{7}\right] \cup [8, +\infty[}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{7}$		8		$+\infty$
$-7x-2$		signe de - a $+$	0	signe de a $-$		, a= -7 $-$	
$x-8$		$-$		signe de - a $-$	0	signe de a , a = 1 $+$	
$(-7x-2)(x-8)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

tableau de signe de $(-7x-2)(x-8)$

• $-7x-2=0 \Leftrightarrow -7x=2 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{7}$

• $x-8=0 \Leftrightarrow x=8$

Et : $-\dfrac{2}{7} < 8$

• S_3 désigne l'ensemble solution de (I_3) : $x \in \mathbb{R}$, $5x^2+7 \leq 0$. Pour tout réel x ,

$x \in S_3 \Leftrightarrow 5x^2+7 \leq 0 \Leftrightarrow 5x^2 \leq -7 \underset{5>0}{\Leftrightarrow} x^2 \leq -\dfrac{7}{5}$

D'autre part : l'inégalité $x^2 \leq -\dfrac{7}{5}$ est fausse pour tout réel x car : $x^2 \leq -\dfrac{7}{5}$ avec $-\dfrac{7}{5} < 0$ entraîne $x^2 < 0$ ce qui contredit : pour tout réel x , $x^2 \geq 0$.

Ayant pout tout réel x , $x \in S_3 \Leftrightarrow x^2 \leq -\dfrac{7}{5}$ et $x^2 \leq -\dfrac{7}{5}$ faux , on déduit $x \in S_3$ faux pour tout réel x . Ainsi : pour tout réel x , $x \notin S_3$ et $\boxed{S_3 = \varnothing}$

• S_4 désigne l'ensemble solution de (I_4) : $x \in \mathbb{R}$, $x(x^2+6x+9)-2x-6 \leq x^2-9$. Pour tout réel x ,

$x \in S_4 \Leftrightarrow x(x^2+6x+9)-2x-6 \leq x^2-9 \Leftrightarrow x\left[(x)^2+2(3x)+(3)^2\right]-2x-6 \leq (x)^2-(3)^2 \Leftrightarrow x(x+3)^2-2(x+3) \leq (x+3)(x-3)$

$x \in S_4 \Leftrightarrow x(x+3)^2-2(x+3)-(x+3)(x-3) \leq 0$. On observe : $x+3$ est un facteur commun aux trois produits du premier membre de cette inégalité et $(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$.

Donc : $x \in S_4 \Leftrightarrow x\underline{(x+3)}(x+3) - 2\underline{(x+3)} - \underline{(x+3)}(x-3) \leq 0 \Leftrightarrow \underline{(x+3)}\,[x(x+3)-2-(x-3)] \leq 0 \Leftrightarrow (x+3)\left[x^2+3x-2-x+3)\right] \leq 0$

$x \in S_4 \Leftrightarrow (x+3)\left[x^2+2x+1\right] \leq 0$

$x \in S_4 \Leftrightarrow (x+3)\left[(x)^2+2\,(x)+(1)^2\right] \leq 0$

$x \in S_4 \Leftrightarrow (x+3)\,(x+1)^2 \leq 0$

D'après le tableau de signe de $(x+3)\,(x+1)^2$:

$x \in S_4 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -3\right] \cup \{-1\}$

Ainsi : $\boxed{S_4 = \left]-\infty, -3\right] \cup \{-1\}}$

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$x+3$		signe de - a $-$	0	signe de $+$		a , a = 1 $+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	0	$+$	
$(x+3)(x+1)^2$		$-$	0	$+$	0	$+$	

tableau de signe de $(x+3)\,(x+1)^2$

• $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$

• pour tout réel x , $(x+1)^2 \geq 0$ et

$(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

Et : $-3 < -1$

exercice 5

• S_1 désigne l'ensemble solution de (I_1) : $x \in \mathbb{R}$, $\dfrac{2x+3}{5} - \dfrac{8x+1}{2} \geq \dfrac{3x}{10} - \dfrac{7x+2}{5}$. Pour tout réel x , $x \in S_1 \Leftrightarrow \dfrac{2x+3}{5} - \dfrac{8x+1}{2} \geq \dfrac{3x}{10} - \dfrac{7x+2}{5}$

Le dénominateur commun aux quatre quotients de l'inégalité précédente est : 10 . Donc : $x \in S_1 \Leftrightarrow \dfrac{2(2x+3)}{10} - \dfrac{5(8x+1)}{10} \geq \dfrac{3x}{10} - \dfrac{2(7x+2)}{10}$

Puis : $x \in S_1 \Leftrightarrow \dfrac{2(2x+3)-5(8x+1)}{10} \geq \dfrac{3x-2(7x+2)}{10}$. En multipliant les deux membres de cette inégalité par 10 qui est strictement positif on obtient :

$x \in S_1 \Leftrightarrow 2(2x+3)-5(8x+1) \geq 3x-2(7x+2) \Leftrightarrow 4x+6-40x-5 \geq 3x-14x-4 \Leftrightarrow -36x+1 \geq -11x-4 \Leftrightarrow -36x+11x \geq -4-1 \Leftrightarrow -25x \geq -5 \underset{-25<0}{\Leftrightarrow} x \leq \dfrac{-5}{-25} \Leftrightarrow x \leq \dfrac{1}{5}$

D'où : $x \in S_1 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, \dfrac{1}{5}\right]$. Ainsi : $\boxed{S_1 = \left]-\infty, \dfrac{1}{5}\right]}$.

• S_2 désigne l'ensemble solution de (I_2) : $x \in \mathbb{R}$, $(2x+1)^2 + (7x-2)(x-1) \leq (-3x-4)^2 + 2x(x+1)$

Préalable : Contrairement aux apparences , cette inéquation est au plus de degré un .

En effet en utilisant les formes développées des produits intervenant dans chacun des deux membres de l'inégalité proposée on observe :

le terme de degré deux du premier membre de l'inégalité est : $4x^2 + 7x^2$ soit $11x^2$; le terme de degré deux du second membre de l'inégalité est : $9x^2 + 2x^2$ soit $11x^2$

Résolution : pour tout réel x , $x \in S_2 \Leftrightarrow (2x+1)^2 + (7x-2)(x-1) \leq (-3x-4)^2 + 2x(x+1)$

$x \in S_2 \Leftrightarrow (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2 + 7x^2 - 7x - 2x + 2 \leq (-3x)^2 - 2(-3x)(4) + (4)^2 + 2x^2 + 2x \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 7x^2 - 9x + 2 \leq 9x^2 + 24x + 16 + 2x^2 + 2x$

$x \in S_2 \Leftrightarrow 11x^2 - 5x + 3 \leq 11x^2 + 26x + 16 \Leftrightarrow 11x^2 - 5x - 11x^2 - 26x \leq 16 - 3 \Leftrightarrow -31x \leq 13 \underset{-31<0}{\Leftrightarrow} x \geq -\dfrac{13}{31} \Leftrightarrow x \in \left[-\dfrac{13}{31}, +\infty\right[$. Ainsi : $\boxed{S_2 = \left[-\dfrac{13}{31}, +\infty\right[}$.

• S_3 désigne l'ensemble solution de (I_3) : $x \in \mathbb{R}$, $\dfrac{5x+1}{7} - \dfrac{3x-1}{6} \geq \dfrac{2x+3}{14} - \dfrac{5x+2}{21}$. Pour tout réel x , $x \in S_3 \Leftrightarrow \dfrac{5x+1}{7} - \dfrac{3x-1}{6} \geq \dfrac{2x+3}{14} - \dfrac{5x+2}{21}$.

Le dénominateur commun aux quatre quotients de l'inégalité précédente est : $42 = 7 \times 6 = 3 \times 14 = 2 \times 21$. Donc :

$x \in S_3 \Leftrightarrow \dfrac{6(5x+1)}{42} - \dfrac{7(3x-1)}{42} \geq \dfrac{3(2x+3)}{42} - \dfrac{2(5x+2)}{42}$. En multipliant les deux membres de cette inégalite par 42 qui est strictement positif , on construit :

$x \in S_3 \Leftrightarrow 6(5x+1) - 7(3x-1) \geq 3(2x+3) - 2(5x+2) \Leftrightarrow 30x + 6 - 21x + 7 \geq 6x + 9 - 10x - 4 \Leftrightarrow 9x + 13 \geq -4x + 5 \Leftrightarrow 9x + 4x \geq -13 + 5 \Leftrightarrow 13x \geq -8$

$x \in S_3 \Leftrightarrow 13x \geq -8 \underset{13>0}{\Leftrightarrow} x \geq -\dfrac{8}{13} \Leftrightarrow x \in \left[-\dfrac{8}{13}, +\infty\right[$. Ainsi : $\boxed{S_3 = \left[-\dfrac{8}{13}, +\infty\right[}$.

• S_4 désigne l'ensemble solution de (I_4) : $x \in \mathbb{R}$, $\dfrac{3x-2}{3} - \dfrac{x-1}{8} \leq \dfrac{-5x+1}{6} + \dfrac{7x+2}{4}$. Pour tout réel x , $x \in S_4 \Leftrightarrow \dfrac{3x-2}{3} - \dfrac{x-1}{8} \leq \dfrac{-5x+1}{6} + \dfrac{7x+2}{4}$.

Le dénominateur commun aux quatre quotients de l'inégalité précédente est : $24 = 3 \times 8 = 6 \times 4$. Donc :

$x \in S_4 \Leftrightarrow \dfrac{8(3x-2)}{24} - \dfrac{3(x-1)}{24} \leq \dfrac{4(-5x+1)}{24} + \dfrac{6(7x+2)}{24} \Leftrightarrow \dfrac{8(3x-2) - 3(x-1)}{24} \leq \dfrac{4(-5x+1) + 6(7x+2)}{24} \underset{24>0}{\Leftrightarrow} 24 \times \left(\dfrac{8(3x-2) - 3(x-1)}{24}\right) \leq 24 \times \left(\dfrac{4(-5x+1) + 6(7x+2)}{24}\right)$

$x \in S_4 \Leftrightarrow 8(3x-2) - 3(x-1) \leq 4(-5x+1) + 6(7x+2) \Leftrightarrow 24x - 16 - 3x + 3 \leq -20x + 4 + 42x + 12 \Leftrightarrow 21x - 13 \leq 22x + 16 \Leftrightarrow 21x - 22x \leq 13 + 16$

$x \in S_4 \Leftrightarrow -x \leq 29 \underset{-1<0}{\Leftrightarrow} x \geq -29 \Leftrightarrow x \in [-29, +\infty[$. Ainsi : $\boxed{S_4 = [-29, +\infty[}$.

• S_5 désigne l'ensemble solution de (I_5) : $x \in \mathbb{R}$, $\dfrac{2x-3}{9} - \dfrac{x-1}{4} \leq \dfrac{-7x+4}{6} + \dfrac{5x+4}{12}$. Pour tout réel x , $x \in S_5 \Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{9} - \dfrac{x-1}{4} \leq \dfrac{-7x+4}{6} + \dfrac{5x+4}{12}$.

Le dénominateur commun aux quatre quotients de l'inégalité précédente est : $36 = 9 \times 4 = 6 \times 6 = 3 \times 12$. En multipliant les deux membres de cette inégalite par 36 qui est strictement positif , on construit : $x \in S_5 \Leftrightarrow 36 \times \left(\dfrac{2x-3}{9}\right) - 36 \times \left(\dfrac{x-1}{4}\right) \leq 36 \times \left(\dfrac{-7x+4}{6}\right) + 36 \times \left(\dfrac{5x+4}{12}\right)$.

Après simplification on obtient : $x \in S_5 \Leftrightarrow 4(2x-3) - 9(x-1) \leq 6(-7x+4) + 3(5x+4) \Leftrightarrow 8x - 12 - 9x + 9 \leq -42x + 24 + 15x + 12 \Leftrightarrow -x - 3 \leq -27x + 36$

$x \in S_5 \Leftrightarrow -x + 27x \leq 3 + 36 \Leftrightarrow 26x \leq 39 \underset{26>0}{\Leftrightarrow} x \leq \dfrac{39}{26} \Leftrightarrow x \leq \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, \dfrac{3}{2}\right]$. Ainsi : $\boxed{S_5 = \left]-\infty, \dfrac{3}{2}\right]}$.

• S_6 désigne l'ensemble solution de (I_6) : $x \in \mathbb{R}$, $7x + 2 - \dfrac{5x+1}{3} \leq \dfrac{8(2x+1)}{3}$. Pour tout réel x , $x \in S_6 \Leftrightarrow 7x + 2 - \dfrac{5x+1}{3} \leq \dfrac{8(2x+1)}{3}$.

$x \in S_6 \Leftrightarrow \dfrac{3(7x+2)}{3} - \dfrac{5x+1}{3} \leq \dfrac{8(2x+1)}{3} \Leftrightarrow \dfrac{3(7x+2) - (5x+1)}{3} \leq \dfrac{8(2x+1)}{3} \Leftrightarrow 3 \times \left(\dfrac{3(7x+2) - (5x+1)}{3}\right) \leq 3 \times \left(\dfrac{8(2x+1)}{3}\right)$ car : $3 > 0$

$x \in S_6 \Leftrightarrow 3(7x+2) - (5x+1) \leq 8(2x+1) \Leftrightarrow 21x + 6 - 5x - 1 \leq 16x + 8 \Leftrightarrow 16x + 5 - 16x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq 0$. On a donc l'équivalence : $x \in S_6 \Leftrightarrow -3 \leq 0$

Or : $-3 \leq 0$ est vrai car $-3 < 0$. Par conséquent : ayant pour tout réel x , $x \in S_6 \Leftrightarrow -3 \leq 0$ et $-3 \leq 0$ vrai , on déduit : $x \in S_6$ vrai pour tout réel x . Ainsi : $\boxed{S_6 = \mathbb{R}}$.

• S_1 désigne l'ensemble solution de (I_1) : $x \in \mathbb{R}$, $9x^3 < 2x^2$.

Pour tout réel x , $x \in S_1 \Leftrightarrow 9x^3 < 2x^2 \Leftrightarrow 9x^3 - 2x^2 < 0 \Leftrightarrow x^2\,(9x-2) < 0$

Le tableau de signe de $x^2\,(9x-2)$ permet de déduire :

$x \in S_1 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, \frac{2}{9}\right[- \{0\}$. Ainsi : $\boxed{S_1 = \left]-\infty, \frac{2}{9}\right[- \{0\}}$.

x	$-\infty$		0		$\frac{2}{9}$		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$		$+$	
$9x-2$		signe de - a $-$		$-$	0	signe de a , a = 9 $+$	
$x^2(9x-2)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

tableau de signe de $x^2\,(9x-2)$

• pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

• $9x - 2 = 0 \Leftrightarrow 9x = 2$
$\Leftrightarrow x = \frac{2}{9}$

• S_2 désigne l'ensemble solution de (I_2) : $x \in \mathbb{R}$, $4(x+2)^2 - 9 \geq 0$.

Pour tout réel x , $x \in S_2 \Leftrightarrow 4(x+2)^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow [2(x+2)]^2 - 3^2 \geq 0$

$x \in S_2 \Leftrightarrow [2(x+2)-3]\,[2(x+2)+3] \geq 0 \Leftrightarrow [2x+1]\,[2x+7] \geq 0$

Le tableau de signe de $(2x+1)(2x+7)$ permet de déduire :

$x \in S_2 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{7}{2}\right] \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

Conclusion : $\boxed{S_2 = \left]-\infty, -\frac{7}{2}\right] \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[}$.

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		signe de - a $-$		$-$	0	signe de a , a = 2 $+$	
$2x+7$		signe de - a $-$	0	signe de a , a= 2 $+$		$+$	
$(2x+1)(2x+7)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

tableau de signe de $(2x+1)\,(2x+7)$

• $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

• $2x + 7 = 0 \Leftrightarrow 2x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$

$\frac{1}{2} < \frac{7}{2}$ donc : $-\frac{1}{2} > -\frac{7}{2}$ $(-1 < 0)$

• S_3 désigne l'ensemble solution de (I_3) : $x \in \mathbb{R}$, $-15x^4 - 6x^3 < 0$.

Pour tout réel x , $x \in S_3 \Leftrightarrow -15x^4 - 6x^3 < 0 \Leftrightarrow x^3\,(-15x-6) < 0$

$x \in S_3 \Leftrightarrow x\left(x^2\right)(-15x-6) < 0$.

En utilisant le tableau de signe de $x^3\,(-15x-6)$ on déduit :

$x \in S_3 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{2}{5}\right[\cup]0, +\infty[$.

Ainsi : $\boxed{S_3 = \left]-\infty, -\frac{2}{5}\right[\cup]0, +\infty[}$.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
x^2		$+$		$+$	0	$+$	
$-15x-6$		signe de $-a$ $+$	0	signe de a , a = - 15 $-$		$-$	
$x^3(-15x-6)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

tableau de signe de $x\left(x^2\right)(-15x-6)$

• facteur x : s'annule pour $x = 0$

• pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

• $-15x - 6 = 0 \Leftrightarrow -15x = 6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{15}$

$-15x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5}$

• S_4 est l'ensemble solution de (I_4) : $x \in \mathbb{R}$, $(8x-3)^2 \geq 4(-5x+6)^2$

Pour tout réel x , $x \in S_4 \Leftrightarrow (8x-3)^2 \geq 4(-5x+6)^2$ et $4 = 2^2$

$x \in S_4 \Leftrightarrow (8x-3)^2 - [2(-5x+6)]^2 \geq 0$ (forme $a^2 - b^2$)

$x \in S_4 \Leftrightarrow [(8x-3) - 2(-5x+6)]\,[(8x-3) + 2(-5x+6)] \geq 0$

$x \in S_4 \Leftrightarrow [8x - 3 + 10x - 12)]\,[8x - 3 - 10x + 12)] \geq 0$

$x \in S_4 \Leftrightarrow (18x-15)\,(-2x+9) \geq 0$

x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$18x-15$		signe de - a $-$	0	signe de a , a = 18 $+$		$+$	
$-2x+9$		$+$		signe de - a $+$	0	signe de a , a= - 2 $-$	
$(18x-15)(-2x+9)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

signe de $(18x-15)\,(-2x+9)$

• $18x - 15 = 0 \Leftrightarrow 18x = 15$

$18x - 15 = 0 \Leftrightarrow 6x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$

• $-2x + 9 = 0 \Leftrightarrow -2x = -9$

$-2x + 9 = 0 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$

$\frac{9}{2} > 1$ et $\frac{5}{6} < 1$ donc : $\frac{5}{6} < \frac{9}{2}$

En utilisant le tableau de signe de $(18x-15)\,(-2x+9)$ on déduit : $x \in S_4 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{5}{6}, \frac{9}{2}\right]$. Conclusion : $\boxed{S_4 = \left[\frac{5}{6}, \frac{9}{2}\right]}$.

• S_5 est l'ensemble solution de (I_5) : $x \in \mathbb{R}$, $-(5x-4)^2 \geq -\frac{1}{4}(-2x-1)^2$

Pour tout réel x , $x \in S_5 \Leftrightarrow -(5x-4)^2 \geq -\frac{1}{4}(-2x-1)^2$

$x \in S_5 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(-2x-1)^2 - (5x-4)^2 \geq 0$ et : $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$x \in S_5 \Leftrightarrow \left[\frac{1}{2}(-2x-1)\right]^2 - (5x-4)^2 \geq 0$ (forme $a^2 - b^2$)

$x \in S_5 \Leftrightarrow \left[\frac{1}{2}(-2x-1) + (5x-4)\right] \left[\frac{1}{2}(-2x-1) - (5x-4)\right] \geq 0$

$x \in S_5 \Leftrightarrow \left(-x - \frac{1}{2} + 5x - 4\right) \left(-x - \frac{1}{2} - 5x + 4\right) \geq 0 \Leftrightarrow \left(4x - \frac{9}{2}\right) \left(-6x + \frac{7}{2}\right) \geq 0$

x	$-\infty$		$\frac{7}{12}$		$\frac{9}{8}$		$+\infty$
$4x - \frac{9}{2}$		signe de - a $-$		$-$	0	signe de a , a = 4 $+$	
$-6x + \frac{7}{2}$		signe de - a $+$	0	signe de a , a= -6 $-$		$-$	
$(4x - \frac{9}{2})(-6x + \frac{7}{2})$		$-$	0	$+$	0	$-$	

signe de $\left(4x - \frac{9}{2}\right) \left(-6x + \frac{7}{2}\right)$

• $4x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow 4x = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$

• $-6x + \frac{7}{2} = 0 \Leftrightarrow -6x = -\frac{7}{2}$

$-6x + \frac{7}{2} = 0 \Leftrightarrow 6x = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = \frac{7}{12}$

$\frac{9}{8} > 1$ et $\frac{7}{12} < 1$ donc : $\frac{7}{12} < \frac{9}{8}$

En utilisant le tableau de signe de $\left(4x - \frac{9}{2}\right) \left(-6x + \frac{7}{2}\right)$ on déduit : $x \in S_5 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{7}{12}, \frac{9}{8}\right]$. Conclusion : $\boxed{S_5 = \left[\frac{7}{12}, \frac{9}{8}\right]}$.

• S_6 est l'ensemble solution de (I_6) : $x \in \mathbb{R}$, $2\,(3x+2)^2 + 15x + 10 > 0$

Pour tout réel x , $x \in S_6 \Leftrightarrow 2\,(3x+2)^2 + 15x + 10 > 0$

$x \in S_6 \Leftrightarrow 2\underline{(3x+2)}(3x+2) + 5\underline{(3x+2)} > 0$ facteur commun : $3x+2$

$x \in S_6 \Leftrightarrow \underline{(3x+2)}\,[2(3x+2)+5] > 0$

$x \in S_6 \Leftrightarrow (3x+2)(6x+9) > 0$

Le tableau de signe de $(3x+2)(6x+9)$ permet de déduire :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{2}{3}$		$+\infty$
$3x+2$		$-$		signe de - a $-$	0	signe de a , a = 3 $+$	
$6x+9$		signe de - a $-$	0	signe de a , a= 6 $+$		$+$	
$(3x+2)(6x+9)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

signe de $(3x+2)(6x+9)$

• $3x+2 = 0 \Leftrightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$

• $6x+9 = 0 \Leftrightarrow 6x = -9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{6}$

$6x+9 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

$\frac{2}{3} < \frac{3}{2}$ donc : $-\frac{2}{3} > -\frac{3}{2}$ ($-1 < 0$)

$x \in S_6 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{3}{2}\right[\cup \left]-\frac{2}{3}, +\infty\right[$. Ainsi : $\boxed{S_6 = \left]-\infty, -\frac{3}{2}\right[\cup \left]-\frac{2}{3}, +\infty\right[}$

• S_7 : ensemble solution de (I_7) : $x \in \mathbb{R}$, $9x^2 - 4 \geq (3x+2)(2x+5)$

Pour tout réel x , $x \in S_7 \Leftrightarrow 9x^2 - 4 \geq (3x+2)(2x+5)$

$x \in S_7 \Leftrightarrow 9x^2 - 4 \geq (3x+2)(2x+5)$ et $9x^2 - 4$ de la forme $a^2 - b^2$

$x \in S_7 \Leftrightarrow (3x+2)\,(3x-2) \geq (3x+2)(2x+5)$

$x \in S_7 \Leftrightarrow \underline{(3x+2)}\,(3x-2) - \underline{(3x+2)}(2x+5) \geq 0$ fact com : $3x+2$

$x \in S_7 \Leftrightarrow \underline{(3x+2)}\,[(3x-2) - (2x+5)] \geq 0$

$x \in S_7 \Leftrightarrow (3x+2)\,[3x - 2 - 2x - 5)] \geq 0$

Donc : $x \in S_7 \Leftrightarrow (3x+2)\,(x-7) \geq 0$

Le tableau de signe de $(3x+2)(x-7)$

permet de déduire :

$x \in S_7 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [7, +\infty[$

Ainsi : $\boxed{S_7 = \left]-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [7, +\infty[}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		7		$+\infty$
$3x+2$		signe de - a $-$	0	signe de a , a = 3 $+$		$+$	
$x-7$		$-$		signe de - a $-$	0	signe de a , a= 1 $+$	
$(3x+2)(x-7)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

• S_8 : ensemble solution de (I_8) : $x \in \mathbb{R}$, $6x^2 + 26x < (2x+5)^2 - (8+x)^2$

Pour tout réel x , $x \in S_8 \Leftrightarrow 6x^2 + 26x < (2x+5)^2 - (8+x)^2$. Le premier membre de l'inégalité est factorisable par $2x$ et le second membre est de la forme $a^2 - b^2$. Donc :

$x \in S_8 \Leftrightarrow 2x\,(3x+13) < [(2x+5) - (8+x)]\,[(2x+5) + (8+x)] \Leftrightarrow 2x\,(3x+13) < (2x+5-8-x)\,(2x+5+8+x) \Leftrightarrow 2x\,(3x+13) < (x-3)\,(3x+13)$

$x \in S_8 \Leftrightarrow 2x\underline{(3x+13)} - (x-3)\,\underline{(3x+13)} < 0$. facteur commun : $\underline{(3x+13)}$

$x \in S_8 \Leftrightarrow \underline{(3x+13)}\,[2x - (x-3)] < 0 \Leftrightarrow (3x+13)\,[2x - x + 3] < 0 \Leftrightarrow (3x+13)\,[x+3] < 0$

Le tableau de signe de $(3x+13)(x+3)$ permet de déduire :

$x \in S_8 \Leftrightarrow (3x+13)\,[x+3] < 0$

$x \in S_8 \Leftrightarrow x \in \left]-\frac{13}{3}, -3\right[$

Ainsi : $\boxed{S_8 = \left]-\frac{13}{3}, -3\right[}$

x	$-\infty$		$-\frac{13}{3}$		-3		$+\infty$
$3x+13$		signe de -a $-$	0	signe de a , a = 3 $+$		$+$	
$x+3$		signe de -a $-$		$-$	0	signe de a , a = 1 $+$	
$(3x+13)(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

signe de $(3x+13)\,(x+3)$

- $3x+13=0 \Leftrightarrow 3x=-13 \Leftrightarrow x=-\frac{13}{3}$
- $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$

$3=\frac{9}{3}$ donc $3<\frac{13}{3}$ puis $-3>-\frac{13}{3}$ ($-1<0$)

- S_9 : ensemble solution de (I_9) : $x \in \mathbb{R}$, $25x^2\,(2x+9)+7x(8x+36)+4x^2+36x+81 \leq 0$

on observe : $8x+36$ factorisable par 4 ; $4x^2+36x+81$ de la forme $a^2+2ab+b^2$. Donc pour tout réel x ,:

$x \in S_9 \Leftrightarrow 25x^2\,(2x+9)+7x(4)(2x+9)+(2x)^2+2\,(18x)+(9)^2 \leq 0 \Leftrightarrow 25x^2\,(2x+9)+28x(2x+9)+(2x+9)^2 \leq 0$

$x \in S_9 \Leftrightarrow 25x^2\underline{(2x+9)}+28x\underline{(2x+9)}+(2x+9)\,\underline{(2x+9)} \leq 0$. $\underline{(2x+9)}$ est un facteur commun aux trois produits du premier membre de l'inégalité . D'où :

$x \in S_9 \Leftrightarrow \underline{(2x+9)}\left[25x^2+28x+(2x+9)\right] \leq 0 \Leftrightarrow (2x+9)\left[25x^2+30x+9\right] \leq 0$. $25x^2+30x+9$ est de la forme $a^2+2ab+b^2$. Donc :

$x \in S_9 \Leftrightarrow (2x+9)\left[(5x)^2+2\,(15x)+(3)^2\right] \leq 0$. Et donc : $x \in S_9 \Leftrightarrow (2x+9)\,(5x+3)^2 \leq 0$

Le tableau de signe de $(2x+9)\,(5x+3)^2$ permet d'obtenir :

$x \in S_9 \Leftrightarrow (2x+9)\,(5x+3)^2 \leq 0$

$x \in S_9 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{9}{2}\right] \cup \left\{-\frac{3}{5}\right\}$

Ainsi : $\boxed{S_9 = \left]-\infty, -\frac{9}{2}\right] \cup \left\{-\frac{3}{5}\right\}}$

x	$-\infty$		$-\frac{9}{2}$		$-\frac{3}{5}$		$+\infty$
$2x+9$		signe de -a $-$	0	signe de a , a = 2 $+$		$+$	
$(5x+3)^2$		$+$		$+$	0	$+$	
$(2x+9)(5x+3)^2$		$-$	0	$+$	0	$+$	

tableau de signe de $(2x+9)\,(5x+3)^2$

- $2x+9=0 \Leftrightarrow 2x=-9 \Leftrightarrow x=-\frac{9}{2}$
- pour tout réel x , $(5x+3)^2 \geq 0$ et

$(5x+3)^2=0 \Leftrightarrow 5x+3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}<1$ et $\frac{9}{2}>1$ donc $\frac{3}{5}<\frac{9}{2}$

puis $-\frac{3}{5}>-\frac{9}{2}$ ($-1<0$)

- S_{10} : ensemble solution de (I_{10}) : $x \in \mathbb{R}$, $(9x^2-4)^2+45x^2 \leq 20$. Pour tout réel x , $x \in S_{10} \Leftrightarrow (9x^2-4)^2+45x^2 \leq 20 \Leftrightarrow (9x^2-4)^2+45x^2-20 \leq 0$

On observe : $45x^2-20$ factorisable par 5 . Donc :

$x \in S_{10} \Leftrightarrow (9x^2-4)^2+5(9x^2-4) \leq 0 \Leftrightarrow$

$x \in S_{10} \Leftrightarrow \underline{(9x^2-4)}(9x^2-4)+5\underline{(9x^2-4)} \leq 0$

$x \in S_{10} \Leftrightarrow \underline{(9x^2-4)}\left[(9x^2-4)+5\right] \leq 0$

$x \in S_{10} \Leftrightarrow (9x^2-4)\left[9x^2+1\right] \leq 0$

Or : $9x^2-4=(3x)^2-(2)^2=(3x-2)\,(3x+2)$

Donc : $x \in S_{10} \Leftrightarrow (3x-2)\,(3x+2)\,\left(9x^2+1\right) \leq 0$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$3x-2$		signe de $-a$ $-$		$-$	0	signe de a , a = 3 $+$	
$3x+2$		signe de -a $-$	0	signe de a , a = 3 $+$		$+$	
$9x^2+1$		$+$		$+$		$+$	
$(3x-2)(3x+2)(9x^2+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

tableau de signe

- $3x-2=0 \Leftrightarrow 3x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$
- $3x+2=0 \Leftrightarrow 3x=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$
- Pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $9>0$.

Donc : pour tout réel x , $9x^2 \geq 0$.

Par conséquent :

pour tout réel x , $9x^2+1 \geq 0+1$ soit $9x^2+1 \geq 1$.

Or : $1>0$. Donc : pour tout réel x , $9x^2+1>0$.

Le tableau de signe de $(3x-2)\,(3x+2)\,\left(9x^2+1\right)$ permet d'obtenir : $x \in S_{10} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$. Conclusion : $\boxed{S_{10} = \left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]}$.

• S_{11} : ensemble solution de (I_{11}) : $x \in \mathbb{R}$, $(4x+3)^2+2(-16x-12) \leq 9-16x^2$. Pour tout réel x , $x \in S_{11} \Leftrightarrow (4x+3)^2+2(-16x-12) \leq 9-16x^2$

$x \in S_{11} \Leftrightarrow (4x+3)^2+2(-16x-12)+16x^2-9 \leq 0$

$x \in S_{11} \Leftrightarrow (4x+3)^2+2(-4)(4x+3)+(4x)^2-(3)^2 \leq 0$

$x \in S_{11} \Leftrightarrow \underline{(4x+3)}(4x+3)-8\underline{(4x+3)}+\underline{(4x+3)}(4x-3) \leq 0$

$x \in S_{11} \Leftrightarrow \underline{(4x+3)}\left[(4x+3)-8+(4x-3)\right] \leq 0$

$x \in S_{11} \Leftrightarrow (4x+3)(8x-8) \leq 0$

Le tableau de signe permet de déduire : $S_{11} = \left[-\dfrac{3}{4}, 1\right]$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$		1	$+\infty$
$4x+3$	signe de -a $-$	0	signe de a $+$	, a = 4	$+$
$8x-8$	$-$	signe de -a	$-$	0	signe de a , a = 8 $+$
$(4x+3)(8x-8)$	$+$	0	$-$	0	$+$

tableau de signe de $(4x+3)(8x-8)$

• $4x+3=0 \Leftrightarrow 4x=-3 \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{4}$

• $8x-8=0 \Leftrightarrow 8x=8 \Leftrightarrow x=1$

• S_{12} : ensemble solution de (I_{12}) : $x \in \mathbb{R}$, $25x^2+40x+16-11x(15x+12)+7(35x^3+28x^2) > 0$. Pour tout réel x , $x \in S_{12} \Leftrightarrow 25x^2+40x+16-11x(15x+12)+7(35x^3+28x^2) > 0$

On observe : $25x^2+40x+16=(5x)^2+2(20x)+(4)^2=(5x+4)^2$; $(15x+12)=3\,(5x+4)$; $(35x^3+28x^2)=7x^2\,(5x+4)$. Par conséquent :

$x \in S_{12} \Leftrightarrow (5x+4)^2-11x\left[3\,(5x+4)\right]+7\left[7x^2\,(5x+4)\right] > 0$

$x \in S_{12} \Leftrightarrow \underline{(5x+4)}\,(5x+4)-33x\underline{(5x+4)}+49x^2\underline{(5x+4)} > 0$

$x \in S_{12} \Leftrightarrow \underline{(5x+4)}\left[(5x+4)-33x+49x^2\right] > 0$

$x \in S_{12} \Leftrightarrow (5x+4)\left[49x^2-28x+4\right] > 0$

$x \in S_{12} \Leftrightarrow (5x+4)\left[(7x)^2-2(14x)+(2)^2\right] > 0$

$x \in S_{12} \Leftrightarrow (5x+4)\,(7x-2)^2 > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{5}$		$\frac{2}{7}$	$+\infty$
$5x+4$	signe de -a $-$	0	signe de a $+$	, a = 5	$+$
$(7x-2)^2$	$+$		$+$	0	$+$
$(5x+4)(7x-2)^2$	$-$	0	$+$	0	$+$

tableau de signe de $(5x+4)\,(7x-2)^2$

• $5x+4=0 \Leftrightarrow 5x=-4 \Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{5}$

• pour tout réel x , $(7x-2)^2 \geq 0$ et

$(7x-2)^2=0 \Leftrightarrow 7x-2=0$

$(7x-2)^2=0 \Leftrightarrow 7x=2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{7}$

Le tableau de signe permet de déduire : $x \in S_{12} \Leftrightarrow x \in \left]-\dfrac{4}{5},+\infty\right[-\left\{\dfrac{2}{7}\right\}$. Ainsi : $\boxed{S_{12}=\left]-\dfrac{4}{5},+\infty\right[-\left\{\dfrac{2}{7}\right\}=\left]-\dfrac{4}{5},\dfrac{2}{7}\right[\cup\left]\dfrac{2}{7},+\infty\right[}$.

• S_{13} : ensemble solution de (I_{13}) : $x \in \mathbb{R}$, $(3x+10)^2+(5x+9)^2 \geq 16(2-x)^2+(2x-7)^2$. Pour tout réel x , $x \in S_{13} \Leftrightarrow (3x+10)^2+(5x+9)^2 \geq 16(2-x)^2+(2x-7)^2$

$x \in S_{13} \Leftrightarrow (3x+10)^2+(5x+9)^2 \geq (4)^2\,(2-x)^2+(2x-7)^2 \Leftrightarrow (3x+10)^2+(5x+9)^2 \geq \left[4(2-x)\right]^2+(2x-7)^2 \Leftrightarrow (3x+10)^2+(5x+9)^2 \geq (8-4x)^2+(2x-7)^2$

$x \in S_{13} \Leftrightarrow (3x+10)^2+(5x+9)^2-(8-4x)^2-(2x-7)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \left[(3x+10)^2-(8-4x)^2\right]+\left[(5x+9)^2-(2x-7)^2\right] \geq 0$. On observe deux fois la forme a^2-b^2 .

$x \in S_{13} \Leftrightarrow \left[(3x+10)-(8-4x)\right]\left[(3x+10)+(8-4x)\right]+\left[(5x+9)-(2x-7)\right]\left[(5x+9)+(2x-7)\right] \geq 0$

$x \in S_{13} \Leftrightarrow \underline{(7x+2)}(-x+18)+(3x+16)\underline{(7x+2)} \geq 0$

$x \in S_{13} \Leftrightarrow \underline{(7x+2)}\left[(-x+18)+(3x+16)\right] \geq 0$

$x \in S_{13} \Leftrightarrow (7x+2)(2x+34) \geq 0$

Le tableau de signe permet de déduire :

$\boxed{S_{13}=\left]-\infty,-17\right]\cup\left[-\dfrac{2}{7},+\infty\right[}$

x	$-\infty$	-17		$-\frac{2}{7}$	$+\infty$
$7x+2$	$-$	signe de -a	$-$	0	signe de a , a = 7 $+$
$2x+34$	signe de -a $-$	0	signe de a $+$	, a = 2	$+$
$(7x+2)(2x+34)$	$+$	0	$-$	0	$+$

tableau de signe de $(7x+2)(2x+34)$

• $7x+2=0 \Leftrightarrow 7x=-2 \Leftrightarrow x=-\dfrac{2}{7}$

• $2x+34=0 \Leftrightarrow 2x=-34 \Leftrightarrow x=-17$

• S_{14} : ensemble solution de (I_{14}) : $x \in \mathbb{R}$, $(2x^2+3x-18)^2 \geq (7x^2-3x-18)^2-4(x^2+2x)(25x^2-36)$.

Pour tout réel x , $x \in S_{14} \Leftrightarrow (2x^2+3x-18)^2 \geq (7x^2-3x-18)^2-4(x^2+2x)(25x^2-36) \Leftrightarrow \left[(2x^2+3x-18)^2-(7x^2-3x-18)^2\right]+4(x^2+2x)(25x^2-36) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow \left[(2x^2+3x-18)-(7x^2-3x-18)\right]\left[(2x^2+3x-18)+(7x^2-3x-18)\right]+4(x^2+2x)(25x^2-36) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow \left[2x^2+3x-18-7x^2+3x+18\right]\left[2x^2+3x-18+7x^2-3x-18\right]+4(x^2+2x)(25x^2-36) \geq 0 \Leftrightarrow \left[-5x^2+6x\right]\left[9x^2-36\right]+4(x^2+2x)(25x^2-36) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow -x(5x-6)\left[(3x)^2-(6)^2\right]+4x(x+2)\left[(5x)^2-(6)^2\right] \geq 0 \Leftrightarrow -x(5x-6)(3x+6)(3x-6)+4x(x+2)(5x+6)(5x-6) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow -x(5x-6)(3x+6)(3x-6) + 4x(x+2)(5x+6)(5x-6) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow -x(5x-6)(3)(x+2)(3x-6) + 4x(x+2)(5x+6)(5x-6) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow -3x(5x-6)(x+2)(3x-6) + 4x(x+2)(5x+6)(5x-6) \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow x(x+2)(5x-6)\left[-3(3x-6) + 4(5x+6)\right] \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow x(x+2)(5x-6)\left[-9x + 18 + 20x + 24\right] \geq 0$

$x \in S_{14} \Leftrightarrow x(x+2)(5x-6)\,(11x+42) \geq 0$

Le tableau de signe ci-contre permet de déduire :

$x \in S_{14} \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{42}{11}\right] \cup [-2, 0] \cup \left[\frac{6}{5}, +\infty\right[$

Conclusion : $\boxed{S_{14} = \left]-\infty, -\frac{42}{11}\right] \cup [-2, 0] \cup \left[\frac{6}{5}, +\infty\right[}$.

x	$-\infty$		$-\frac{42}{11}$		-2		0		$\frac{6}{5}$		$+\infty$
x		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		signe de - a $-$		$-$	0	signe de a , a = 1 $+$		$+$		$+$	
$5x-6$		$-$		signe de - a $-$		$-$		$-$	0	signe de a $+$ a = 5	
$11x+42$		signe de - a $-$	0	$+$		signe de a , a = 11 $+$		$+$		$+$	
Produit		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

tableau de signe

- $x = 0$
- $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$
- $5x - 6 = 0 \Leftrightarrow 5x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$
- $11x + 42 = 0 \Leftrightarrow 11x = -42$

$11x + 42 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{42}{11}$

$2 = \frac{22}{11}$ donc $2 < \frac{42}{11}$ et $-2 > -\frac{42}{11}$

exercice 7 **1)** x étant un réel quelconque on note : $E(x) = -2\left[\left(x+\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right]$. On a :

$$E(x) = -2\left[\left(x+\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right] = -2\left[(x)^2 + 2(x)\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right] = -2\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} - \frac{121}{16}\right] = -2\left[x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{112}{16}\right] = -2x^2 - 3x + \frac{112}{8} = -2x^2 - 3x + 14$$

forme factorisée de $-2x^2 - 3x + 14$. D'après ce qui précède :

$$-2x^2 - 3x + 14 = E(x) = -2\left[\left(x+\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right] = -2\left[\left(x+\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{11}{4}\right)^2\right] = -2\left[\left(x+\frac{3}{4}\right) - \frac{11}{4}\right]\left[\left(x+\frac{3}{4}\right) + \frac{11}{4}\right] = -2\,(x-2)\left(x+\frac{7}{2}\right) = (x-2)\times(-2)\left(x+\frac{7}{2}\right)$$

Donc : $-2x^2 - 3x + 14 = E(x) = (x-2)\,(-2x-7)$.

2) tableau de signe de $A(x) = (x-2)\,(-2x-7)$

- $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$
- $-2x - 7 = 0 \Leftrightarrow -2x = 7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		signe de - a $-$	0	signe de a , a = 1 $+$	
$-2x-7$		signe de - a $+$	0	signe de a , a = - 2 $-$		$-$	
$(x-2)(-2x-7)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

tableau de signe de $B(x) = -2x\,(7x-2)^2$

- $-2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- pour tout réel x , $(7x-2)^2 \geq 0$ et $(7x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow 7x - 2 = 0 \Leftrightarrow 7x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}$

x	$-\infty$		0		$\frac{2}{7}$		$+\infty$
$-2x$		signe de - a $+$	0	signe de a , a = - 2 $-$		$-$	
$(7x-2)^2$		$+$		$+$	0	$+$	
$(2x+9)(5x+3)^2$		$+$	0	$-$	0	$-$	

3) • S_1 désigne l'ensemble solution de (I_1) : $x \in \mathbb{R}$, $-2x^2 - 3x + 14 \leq 0$.

Pour tout réel x , $x \in S_1 \Leftrightarrow -2x^2 - 3x + 14 \leq 0$

D'après la question **1)** la forme factorisée de $E(x) = -2x^2 - 3x + 14$ est :

$A(x) = (x-2)\,(-2x-7)$. Donc : $x \in S_1 \Leftrightarrow A(x) \leq 0$

Le tableau de signe de $A(x)$ (fait en **2)**) permet de déduire :

$x \in S_1 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{7}{2}\right] \cup [2, +\infty[$. Ainsi : $\boxed{S_1 = \left]-\infty, -\frac{7}{2}\right] \cup [2, +\infty[}$.

• S_2 désigne l'ensemble solution de (I_2) : $x \in \mathbb{R}$, $-98x^3 + 56x^2 - 8x \geq 0$.

Pour tout réel x , $x \in S_2 \Leftrightarrow -98x^3 + 56x^2 - 8x \geq 0 \Leftrightarrow -2x\left[49x^2 - 28x + 4\right] \geq 0$

$x \in S_2 \Leftrightarrow -2x\left[(7x)^2 - 2(7x)(2) + (2)^2\right] \geq 0 \Leftrightarrow -2x\,(7x-2)^2 \geq 0$

Le tableau de signe de $B(x) = -2x\,(7x-2)^2$ (fait en **2)**) permet de déduire :

$x \in S_2 \Leftrightarrow x \in]-\infty, 0] \cup \left\{\frac{2}{7}\right\}$. Conclusion : $\boxed{S_2 =]-\infty, 0] \cup \left\{\frac{2}{7}\right\}}$.

l'énoncé	son contenu (la lettre x désigne un réel quelconque)	vrai ? ou faux ?
énoncé 1	Le nombre 1 est une solution de l'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $(2x+6)(-2x+7) > 0$	**énoncé 1 vrai**
énoncé 2	L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}$, $(3x+2)^2 \geq 3x(3x+4)$ est $\mathbb{R}$	**énoncé 2 vrai**
énoncé 3	L'inégalité : $-3x^4(25x^2+9) < 0$ est vraie pour tout réel x	**énoncé 3 faux**
énoncé 4	L'expression $4x^2+5$ a une valeur d'annulation	**énoncé 4 faux**
énoncé 5	L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}$, $25x^2+20x+4 \leq 0$ est l'ensemble vide noté $\varnothing$	**énoncé 5 faux**
énoncé 6	L'inégalité : $\left(9x^2-12x+4\right)\left(7x^2+10\right) \geq 0$ est vraie pour tout réel x	**énoncé 6 vrai**
énoncé 7	L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}$, $x^2(x-1)^2 \leq 0$ est $[0,1]$	**énoncé 7 faux**
énoncé 8	le produit $(2x-1)(3x-6)$ est positif si et seulement si $2x-1$ et $3x-6$ sont positifs	**énoncé 8 faux**

énoncé 1 vrai En remplaçant x par 1 on obtient : $(2x+6)(-2x+7) = (2\,(1)+6)(-2\,(1)+7) = 8 \times 5 = 40$ donc $(2x+6)(-2x+7) > 0$ vrai pour $x = 1$. le réel 1 est donc bien solution de l'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $(2x+6)(-2x+7) > 0$.

énoncé 2 vrai On note S_2 l'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}$, $(3x+2)^2 \geq 3x(3x+4)$.

Pour tout réel x , $x \in S_2 \Leftrightarrow (3x+2)^2 \geq 3x(3x+4) \Leftrightarrow 9x^2+12x+4 \geq 9x^2+12x \Leftrightarrow 9x^2+12x+4-9x^2-12x \geq 0 \Leftrightarrow 4 \geq 0$.

$4 > 0$ donc $4 \geq 0$ est vrai . Ayant pour tout réel x , $x \in S_2 \Leftrightarrow 4 \geq 0$ et $4 \geq 0$ vrai , on déduit : $x \in S_2$ vrai pour tout réel x puis $S_2 = \mathbb{R}$.

énoncé 3 faux En remplaçant x par 0 on obtient : $-3x^4(25x^2+9) = -3 \times (0)^4 \times \left[25\,(0)^2+1\right] = 0$ donc $-3x^4(25x^2+9) < 0$ est faux pour $x = 0$.

énoncé 4 faux Pour tout réel x , $4x^2+5 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = -5 \Leftrightarrow x^2 = -\dfrac{5}{4}$. D'autre part : (pour tout réel x , $x^2 \geq 0$) et $\left(-\dfrac{5}{4} < 0\right)$. Donc : pour tout réel x , $x^2 \neq -\dfrac{5}{4}$.

Ainsi : pour tout réel x , $4x^2+5 \neq 0$ et : $4x^2+5$ n'a pas de valeur d'annulation .

énoncé 5 faux Pour tout réel x , $25x^2+20x+4 = (5x)^2+2\,(10x)+(2)^2 = (5x+2)^2$. En remplaçant x par $-\dfrac{2}{5}$ on obtient : $(5x+2)^2 = \left(5\left(-\dfrac{2}{5}\right)+2\right)^2 = (-2+2)^2 = 0^2 = 0$.

Le réel $-\dfrac{2}{5}$ est donc une solution de $x \in \mathbb{R}$, $25x^2+20x+4 \leq 0$ et l'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}$, $25x^2+20x+4 \leq 0$ ne peut être l'ensemble vide .

énoncé 6 vrai • Pour tout réel x , $9x^2-12x+4 = (3x)^2-2\,(6x)+(2)^2 = (3x-2)^2$. Donc pour tout réel x , $9x^2-12x+4 \geq 0$.

• $7x^2+10$ est de signe constant strictement positif sur $\mathbb{R}$. En effet : pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ et $7 > 0$. Donc : pour tout réel x , $7x^2 \geq 0$.

Par conséquent : pour tout réel x , $7x^2+10 \geq 0+10$ soit $7x^2+10 \geq 10$ .Or : $10 > 0$. Donc : pour tout réel x , $7x^2+10 > 0$.

Ayant pour tout réel x , $9x^2-12x+4 \geq 0$ et $7x^2+10 > 0$ on déduit $\left(9x^2-12x+4\right)\left(7x^2+10\right) \geq 0$ vraie pour tout réel x .

énoncé 7 faux En remplaçant x par $\dfrac{1}{2}$ on obtient : $x^2(x-1)^2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\left(\dfrac{1}{2}\right)-1\right)^2 = \left(\dfrac{1}{4}\right) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{16}$ et $\dfrac{1}{16} > 0$. Donc : $x^2(x-1)^2 \leq 0$ est faux pour $x = \dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{1}{2}$ est élément de $]0,1[$ mais n'est pas solution de $x \in \mathbb{R}$, $x^2(x-1)^2 \leq 0$. L'ensemble solution de $x \in \mathbb{R}$, $x^2(x-1)^2 \leq 0$ n'est donc pas $[0,1]$.

énoncé 8 faux De manière générale un produit ab est strictement positif ssi a et b sont de même signe .

En remplaçant x par -3 on obtient : $2x-1 = 2(-3)-1 = -7$; $3x-6 = 3(-3)-6 = -15$; $(2x-1)(3x-6) = (-7)\,(-15) = 105$.

On a donc le produit $(2x-1)(3x-6)$ positif en ayant $2x-1$ et $3x-6$ négatifs lorsque x vaut -3 .