Fonctions Début - corrigés feuille 1

Utiliser la notion de fonction et trois langages :
le langage de l'algèbre , le langage de l'analyse et le langage de la géométrie

exercice 1 f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ ayant pour ensemble de définition $\mathbb{R}$

1) Traduire chacune des trois égalités suivantes par **une phrase utilisant le mot image**

$\rightarrow f(8) = 2$ **se traduit par : l'image du réel 8 par la fonction f est égale à 2 .**

$\rightarrow 4 = f(1)$ **se traduit par : 4 est l'image du réel 1 par la fonction f .**

$\rightarrow f(5) = f(3)$ **se traduit par : les réels 5 et 3 ont la même image par f .**

2) Traduire par **une écriture symbolique mathématique** chacune des deux phrases suivantes :

$\rightarrow$ 4 est l'image de 3 par f **se traduit par : 4 = f(3) .**

$\rightarrow$ le réel 5 a pour image par f le réel -8 **se traduit par : f(5) = - 8 .**

3) Traduire ce qui suit par **une phrase utilisant le mot antécédent**

$\rightarrow$ l'égalité : $f(-4) = 3$ **se traduit par : - 4 est un antécédent de 3 pour f .**

$\rightarrow$ l'équivalence : $f(x) = 4 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 9$ **se traduit par : les seuls antécédents de 4 pour f sont : - 1 et 9 .**

$\rightarrow$ les solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 0$ sont les réels $6, -4, 3$ **se traduit par : les seuls antécédents du réel 0 pour f sont : 6 , - 4 , 3** ; **autre traduction possible** : **0 possède trois antécédents pour f : les réels 6 , - 4 , 3**

exercice 2 f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ représentée dans un repère par une courbe notée C_f .

L'ensemble de définition de f est noté D_f

1) Compléter ce qui suit :

$\rightarrow$ le point $A\begin{pmatrix}3\\7\end{pmatrix}$ appartient à la courbe C_f **signifie : 3** $\in D_f$ et **7** $= f($ **3**$)$

$\rightarrow$ le point $B\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ appartient à la courbe C_f **signifie : - 2** $\in D_f$ et **5** est l'image par f de **- 2**

$\rightarrow$ le point $C\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ appartient à la courbe C_f **signifie : 4** $\in D_f$ et **4** est un antécédent de **- 3** pour f

2) traduire de quatre manières différentes la phrase : les solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 6$ sont les réels 1 et 7

$\rightarrow$ en utilisant une **écriture symbolique mathématique** : **f(x) = 6 ⇔ x = 1 ou x = 7**

$\rightarrow$ en utilisant le **mot image** : **1 et 7 sont les seuls réels qui ont 6 comme image par f** .

$\rightarrow$ en utilisant le **mot antécédent** : **les seuls antécédents de 6 pour f sont : 1 et 7** .

$\rightarrow$ **en complétant la phrase suivante :** les points d'intersection de la courbe C_f avec la droite Δ : **y = 6** ont pour abscisses les réels **1 et 7**

3) traduire de quatre manières différentes la phrase : la courbe C_f coupe l'axe (Ox) en 3 points d'abscisses $-1, 2, 7$

$\rightarrow$ en utilisant une **écriture mathématique : f(x) = 0 ⇔ x = - 1 ou x = 2 ou x = 7**

$\rightarrow$ en utilisant le **mot image : - 1 , 2 et 7 sont les seuls réels qui ont une image par f égale à 0**

$\rightarrow$ en utilisant le **mot antécédent : le réel 0 possède trois antécédents pour f : - 1 , 2 et 7**

$\rightarrow$ **en complétant la phrase suivante :** les points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe (Ox) : **y = 0** ont pour abscisses les réels **- 1 , 2 et 7**

exercice 3 f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ représentée dans un repère par une courbe notée C_f .

A savoir pour les lectures graphiques :

→ **les coordonnées des points** M **situés sur la courbe** C_f : $M\begin{pmatrix} x_M \in D_f \\ y_M = f(x_M) \end{pmatrix}$

→ **lectures sur (Ox)** : valeurs des abscisses x , des antécédents x (x ? tel que $f(x) = b$ avec b donné) ; décrire l'ensemble D_f .

→ **lectures sur (Oy)** : valeurs des ordonnées y , des images f(x) ($y = f(x)$ y ? avec x donné dans D_f) .

Compléter ce qui suit en utilisant notamment le mot abscisse ou le mot ordonnée

phrase 1 l'ensemble de définition de f (noté D_f) est l'ensemble des **abscisses** de tous les points de la courbe C_f

phrase 2 le réel 3 est élément de D_f si et seulement si la courbe C_f possède un point d' **abscisse 3** , soit un point situé sur la droite D : $\mathbf{x = 3}$

phrase 3 le réel 4 est l'image par f du réel 2 si et seulement si $f(\mathbf{2}) = \mathbf{4}$ c'est à dire si et seulement si la courbe C_f contient le point $A\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{4} \end{pmatrix}$

phrase 4 l'image par f du réel 3 , notée **f(3)**, est l'**ordonnée** du point de C_f qui a 3 pour **abscisse**

phrase 5 Un antécédent du réel 5 pour f est , quand il existe , l'**abscisse** d'un point de C_f qui a **5** pour **ordonnée**

phrase 6 le réel 8 est un antécédent du réel 2 pour f si et seulement si $f(\mathbf{8}) = \mathbf{2}$ c'est à dire si et seulement si la courbe C_f contient le point $B\begin{pmatrix} \mathbf{8} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$

phrase 7 le réel 9 admet au moins un antécédent pour la fonction f si et seulement si la courbe C_f contient au moins un point d'**ordonnée** 9

phrase 8 les antécédents du réel 0 pour f sont , quand ils existent , les **abscisses** des points d'intersection de la courbe C_f et de l'axe **(Ox) :** $\mathbf{y = 0}$

phrase 9 les antécédents du réel 2 pour f sont , quand ils existent , les **abscisses** des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite Δ_9 : $\mathbf{y = 2}$

phrase 10 les solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 5$ sont , quand elles existent , les **abscisses** des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite Δ_{10} : $\mathbf{y = 5}$

phrase 11 les solutions de l'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $f(x) > -2$ sont , quand elles existent , les **abscisses** des points de la courbe C_f situés **au dessus** de la droite Δ_{11} : **y = - 2**

phrase 12 les solutions de l'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 4$ sont , quand elles existent , les **abscisses** des points de la courbe C_f situés **en dessous** de la droite Δ_{12} : $\mathbf{y = 4}$ ou bien sur Δ_{12}

phrase 13 les réels x vérifiant $-2 < f(x) < 4$ sont , quand ils existent , les **abscisses** des points de la courbe C_f situés **en dessous** de la droite Δ_1 : $\mathbf{y = 4}$ et **au dessus** de la droite Δ_2 : **y = - 2**

phrase 14 les valeurs des images f(x) des réels x compris strictement entre 2 et 7 sont les **ordonnées** des points de la courbe C_f ayant une **abscisse** strictement comprise entre **2** et **7**

phrase 15 Les réels x pour lesquels f(x) est nul sont , quand ils existent , les **abscisses** des points d'intersection de la courbe C_f et de **l'axe (Ox) :** $\mathbf{y = 0}$

phrase 16 Les réels x pour lesquels f(x) est strictement positif sont , quand ils existent , les **abscisses** des points de la courbe C_f situés **au dessus** de **l'axe (Ox) :** $\mathbf{y = 0}$

phrase 17 Les réels x pour lesquels f(x) est strictement négatif sont , quand ils existent , les **abscisses** des points de la courbe C_f situés **en dessous** de **l'axe (Ox) :** $\mathbf{y = 0}$

phrase 18 Etudier graphiquement le signe de f(x) revient à examiner la position relative de la courbe C_f par rapport à **l'axe (Ox) :** $\mathbf{y = 0}$