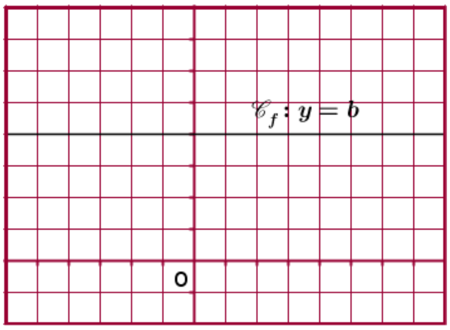
Des fonctions de référence

1) fonctions affines $f : x \mapsto ax + b \quad D_f = \mathbb{R}$

1 - 1 : a = 0 $f : x \mapsto b$

→ f est une fonction constante sur $\mathbb{R}$.

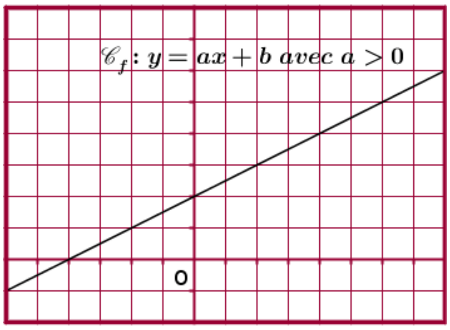
→ C_f est une droite parallèle à l'axe (Ox) ; le coefficient directeur d'une droite parallèle à (Ox) vaut 0 .



1 - 2 : a > 0 $f : x \mapsto ax + b$

→ f est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

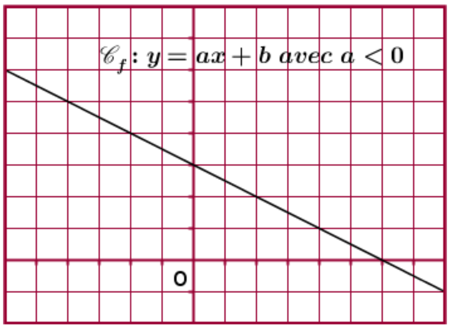
→ C_f est une droite de coefficient directeur a strictement positif .



1 - 3 : a < 0 $f : x \mapsto ax + b$

→ f est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

→ C_f est une droite de coefficient directeur a strictement négatif .



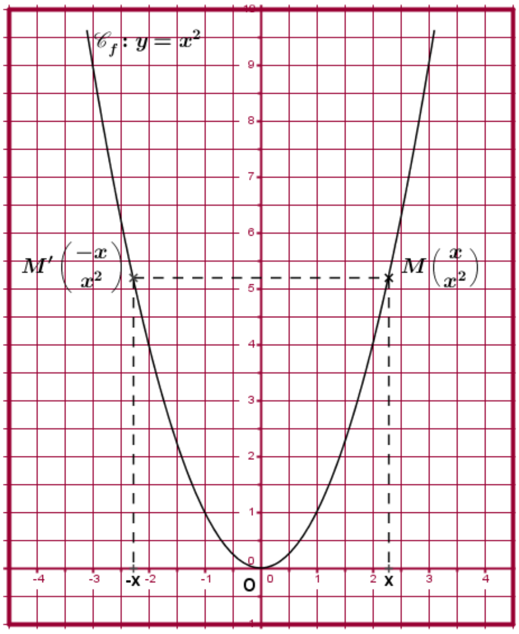
2) la fonction carré $f : x \mapsto x^2$

$D_f = \mathbb{R}$

x	-∞	0	+∞
f(x)	+∞ ↘	0	↗ +∞

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4	$\frac{25}{4}$	9

$\forall x \in \mathbb{R}$, $(-x)^2 = x^2$



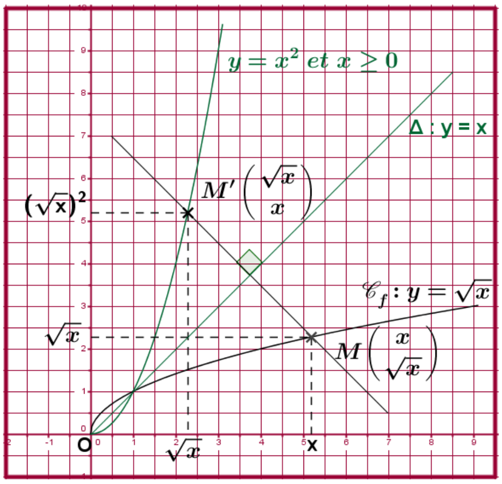
La courbe en forme de ∪ représentant la fonction carré est appelée **parabole** . Cette courbe C_f est symétrique par rapport à l'axe (Oy) du repère orthogonal utilisé pour représenter f . Cette symétrie traduit graphiquement la propriété algébrique suivante pour la fonction carré : Deux réels opposés ont le même carré . La fonction carré est dite paire .

vocabulaire : une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ est dite paire si et seulement si elle vérifie la propriété suivante :

Pour tout réel x de D_f , $-x \in D_f$ et $f(-x) = f(x)$

Dans un plan muni d'un repère orthogonal , une fonction paire est représentée par une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées de ce repère

3) la fonction racine carrée $f : x \mapsto \sqrt{x}$



$D_f = [0, +\infty[$. $\sqrt{x}$ est défini si et seulement si : $x \geq 0$.

x	0	+∞
f(x)	0 ↗	+∞

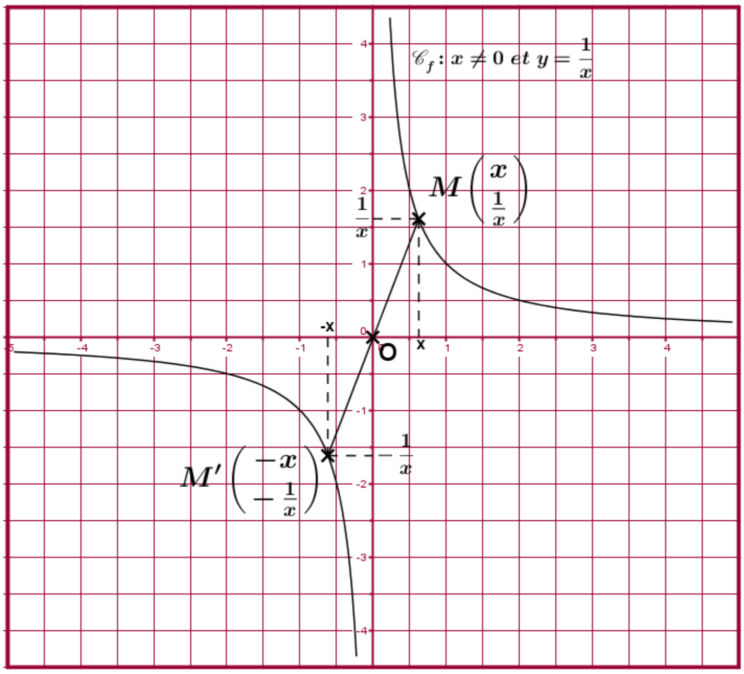
Pour tout réel x positif , $(\sqrt{x})^2 = x$

Pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = |x|$

$x \geq 0$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4	$\frac{25}{4}$	9	$x = y^2$
$f(x) = \sqrt{x}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\sqrt{x} = y$

Dans un repère orthonormal , C_f et la courbe d'équation : $y = x^2$ et $x \geq 0$ sont symétriques par rapport à la droite $\Delta : y = x$.

4) la fonction inverse $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$



$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$. $\dfrac{1}{x}$ existe si et seulement si : $x \neq 0$

$\rightarrow 0 \notin D_f$ donc C$_f$ n'a pas de point d'abscisse 0 et C$_f \cap (Oy) = \varnothing$

$\rightarrow$ C$_f$ n'a pas de point d'ordonnée f(x) égale à 0

En effet : $f(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 \times x \Leftrightarrow 1 = 0$

or : $1 \neq 0$ donc : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) \neq 0$ et : C$_f \cap (Ox) = \varnothing$

x	-∞		0		+∞
f(x)	0	↘	-∞ ‖ +∞	↘	0

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f(x)$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

La courbe C$_f$ représentant la fonction inverse est appelée **hyperbole** . C$_f$ est symétrique par rapport à l'origine O .
Cette symétrie traduit graphiquement la propriété algébrique suivante : Deux réels opposés ont des inverses opposés .
La fonction inverse est dite impaire .

vocabulaire : une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ est dite impaire si et seulement si elle vérifie la propriété suivante :

Pour tout réel x de D$_f$, $-x \in D_f$ et $f(-x) = -f(x)$

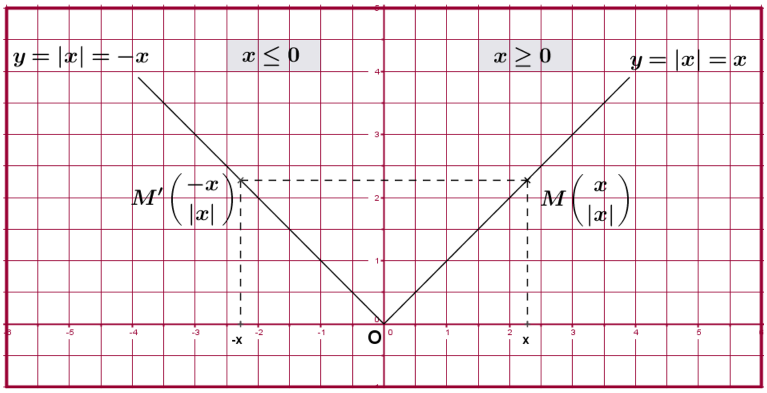
Dans un repère d'origine O , une fonction impaire est représentée par une courbe symétrique par rapport à O .

5) la fonction valeur absolue $f : x \mapsto |x|$

Pour tout réel x : $|x| = -x \Leftrightarrow x \leqslant 0$ **et** $|x| = x \Leftrightarrow x \geqslant 0$

$D_f = \mathbb{R}$. Pour tout réel x , $|-x| = |x|$: la fonction valeur absolue est paire et la courbe C$_f$ est symétrique par rapport à l'axe (Oy)

x	-∞		0		+∞
f(x)	+∞	↘	0	↗	+∞



C$_f$ possède deux catégories de points :

$\rightarrow$ M$_1 \begin{pmatrix} x \\ |x| \end{pmatrix}$ avec $x \geq 0$ soit M$_1 \begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix}$ avec $x \geq 0$; M$_1$ est situé sur la droite d'équation : $y = x$

$\rightarrow$ M$_2 \begin{pmatrix} x \\ |x| \end{pmatrix}$ avec $x \leq 0$ soit M$_2 \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}$ avec $x \leq 0$; M$_2$ est situé sur la droite d'équation : $y = -x$

6) la fonction cube $f : x \mapsto x^3$

$D_f = \mathbb{R}$. La fonction cube est impaire : Deux réels opposés ont des cubes opposés .
C$_f$ est symétrique par rapport à l'origine O .

x	-∞		0		+∞
f(x)	-∞	↗	0	↗	+∞

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-8	-1	0	1	8	27