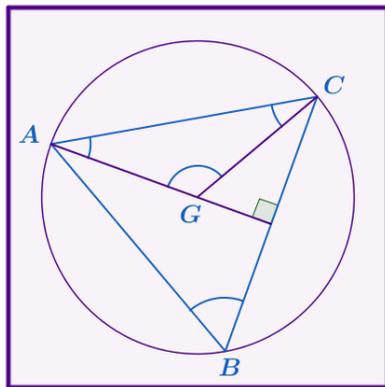


Trigo - énoncés feuille d'exercices 1

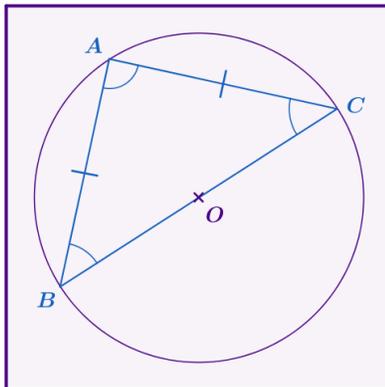
arcs et angles dans un plan orienté

exercice 1 Pour chacun des angles mis en évidence sur les figures suivantes : l'orienter dans le sens direct puis indiquer sa mesure principale en radian (deux premières figures) ou bien une mesure en fonction de α ou de θ

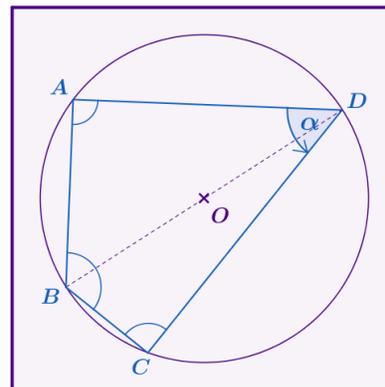
ABC équilatéral
de centre de gravité G



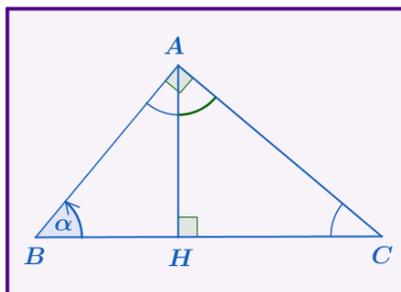
ABC rectangle isocèle
de sommet principal A



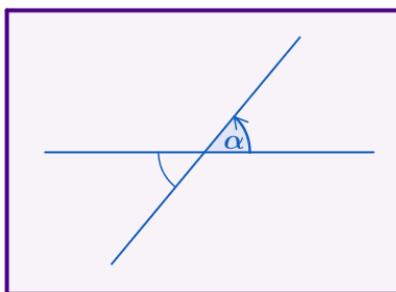
ABCD quadrilatère inscriptible
dans un cercle de diamètre [BD]



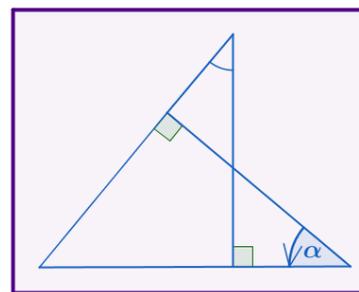
ABC rectangle en A
[AH] hauteur issue de A



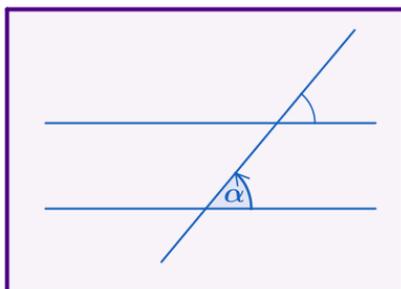
angles dits opposés
par le sommet



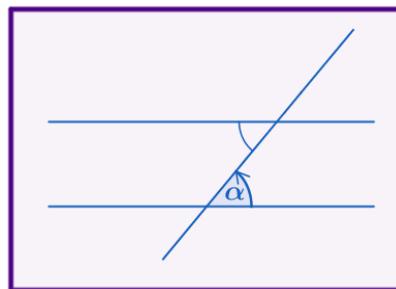
angles à côtés deux à
deux perpendiculaires



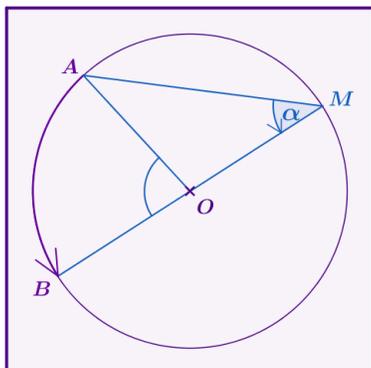
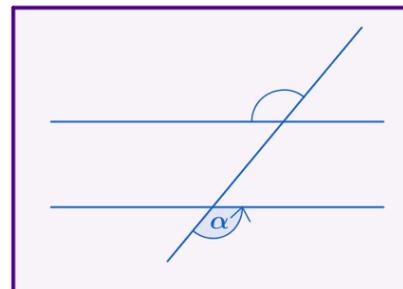
angles dits correspondants



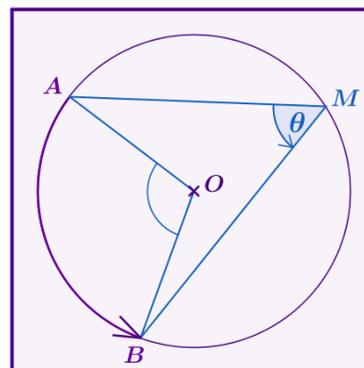
angles dits alternes internes



angles dits alternes externes



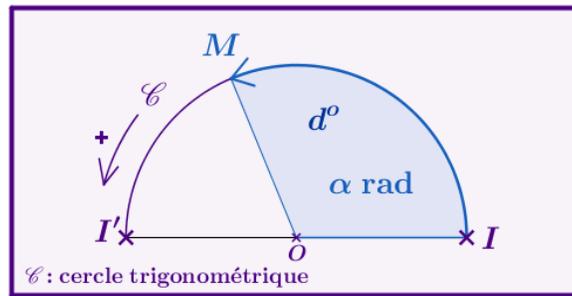
deux situations utilisant
un angle inscrit (\vec{MA}, \vec{MB}) et
un angle au centre (\vec{OA}, \vec{OB})
interceptant le même arc
orienté \widehat{AB} d'un cercle donné



En préalable

→ L'arc orienté $\widehat{II'}$ utilise un demi-tour de longueur π et est associé à l'angle plat $(\vec{OI}, \vec{OI'})$ de mesure π radians ou bien de mesure 180 degrés .

→ Les mesures de l'arc orienté \widehat{IM} sont aussi les mesures de l'angle orienté (\vec{OI}, \vec{OM}) .



Pour faire des conversions degrés ↔ radians on utilise le principe suivant :

mesure de l'arc \widehat{IM} = quantité de demi-tour × mesure d'un demi-tour

si on connaît une mesure de \widehat{IM}	alors la quantité q de demi-tour utilisée est :	et la mesure de \widehat{IM} convertie en
une mesure de \widehat{IM} est α radians	$q = \frac{\alpha \text{ (rad)}}{\pi \text{ (rad)}}$	dégrés est : $d = q \times 180$ degrés
une mesure de \widehat{IM} est d degrés	$q = \frac{d \text{ (degrés)}}{180 \text{ (degrés)}}$	radians est : $\alpha = q \times \pi$ radians

Compléter le tableau suivant :

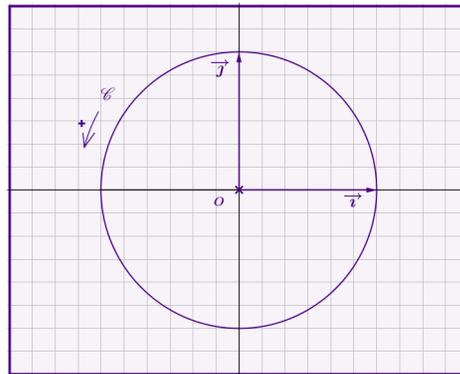
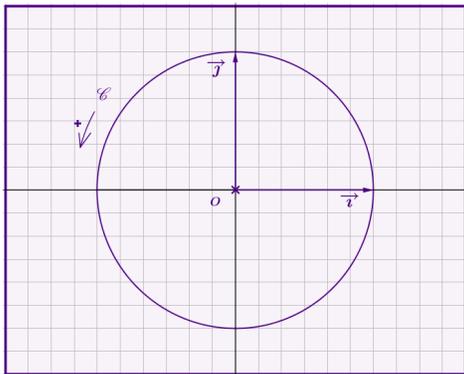
α radians	1 rad	$\frac{\pi}{6}$ rad			$\frac{3\pi}{4}$ rad	$\frac{7\pi}{12}$ rad		
quantité de demi-tour $\frac{\alpha}{\pi}$ ou $\frac{d}{180}$								
d degrés			60°	100°			22.5°	136°

exercice 3

Points images sur un cercle trigonométrique de réels définis par un modulo

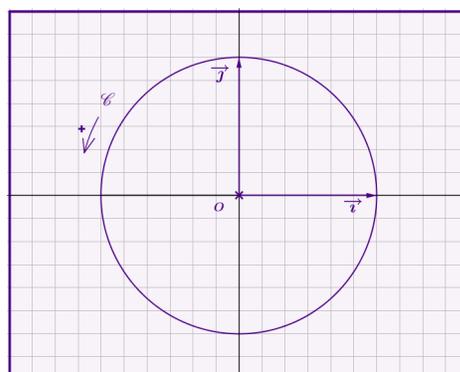
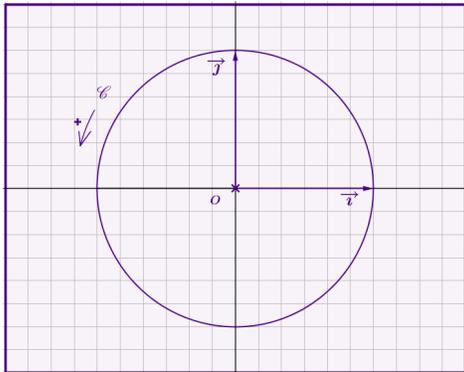
points images des réels x tels que : $x \equiv \frac{3\pi}{8} [\pi]$

points images des réels x tels que : $x \equiv -\frac{2\pi}{5} \left[\frac{2\pi}{3} \right]$



points images des réels x tels que : $x \equiv \frac{4\pi}{9} \left[\frac{\pi}{2} \right]$

points images des réels x tels que : $x \equiv -\frac{5\pi}{6} \left[\frac{2\pi}{5} \right]$



vocabulaire Le plan

orienté est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

\mathcal{C} est le cercle trigonométrique de centre O .

Un point M de ce cercle trigonométrique est

appelé **point image** de l'ensemble des réels de la forme $\alpha + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) lorsque : $(\vec{i}, \vec{OM}) \equiv \alpha [2\pi]$

Compléter les quatre figures et justifier .

exercice 4

1) **les outils** : \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs non nuls tels que $\overrightarrow{(\vec{u}, \vec{v})} \equiv \alpha [2\pi]$

1-1 Compléter le théorème suivant : $\overrightarrow{(a\vec{u}, b\vec{v})} \equiv \alpha [2\pi] \Leftrightarrow \dots\dots\dots$ et $\overrightarrow{(a\vec{u}, b\vec{v})} \equiv (\pi + \alpha) [2\pi] \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

1-2 En déduire : $\overrightarrow{(\vec{u}, -\vec{v})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(-\vec{u}, \vec{v})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(-\vec{u}, -\vec{v})} \equiv \dots\dots [2\pi]$

1-3 En déduire : Avec : $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{AC})} \equiv \alpha [2\pi]$ on a :

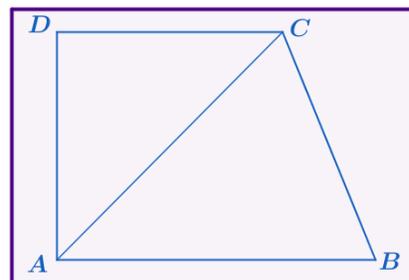
$\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{CA})} = \overrightarrow{(\vec{AB}, \dots\dots\dots)}$ donc : $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{CA})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(\vec{BA}, \vec{AC})} = \overrightarrow{(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)}$ donc : $\overrightarrow{(\vec{BA}, \vec{AC})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$

$\overrightarrow{(\vec{BA}, \vec{CA})} = \overrightarrow{(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)}$ donc : $\overrightarrow{(\vec{BA}, \vec{CA})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(\vec{AC}, \vec{AB})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$ (mesure de l'angle $\dots\dots\dots$)

2) A, B, C sont trois points distincts deux à deux tels que $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{AC})} \equiv \frac{2\pi}{5} [2\pi]$ Déduire de 1-3 ce qui suit :

$\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{CA})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(\vec{BA}, \vec{AC})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(\vec{BA}, \vec{CA})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$; $\overrightarrow{(\vec{AC}, \vec{AB})} \equiv \dots\dots\dots [2\pi]$

3) $ABCD$ est un trapèze rectangle direct (\vec{AB} et \vec{DC} sont colinéaires de même sens) avec DAC rectangle isocèle direct en D et ABC isocèle direct de sommet principal A ($AB = AC$)



3-1 Quelle est la mesure principale de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{DC})}$?

Quelle est la mesure principale de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{AD})}$?

3-2 Quelle est la mesure principale de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{AD}, \vec{AC})}$?

3-3 Quelle est la mesure principale de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{CB}, \vec{BA})}$?

3-4 Quelle est la mesure principale de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{BC}, \vec{AD})}$?

exercice 5

1) A, B, C, D, E sont cinq points du plan . $\overrightarrow{(\vec{CD}, \vec{CB})}$ est un angle droit direct et on suppose que les angles orientés $\overrightarrow{(\vec{BC}, \vec{BA})}$ et $\overrightarrow{(\vec{DC}, \vec{DE})}$ ont respectivement pour mesures α et β . Déterminer une mesure de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{BC})}$ puis une mesure de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{CD}, \vec{DE})}$. En déduire une mesure de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{AB}, \vec{DE})}$.

2) Les deux figures servent d'hypothèse

En préalable : convertir en radians les différentes mesures en degrés intervenant dans ces deux figures

figure 1 . Que peut-on dire des droites (AB) et (DE) ?

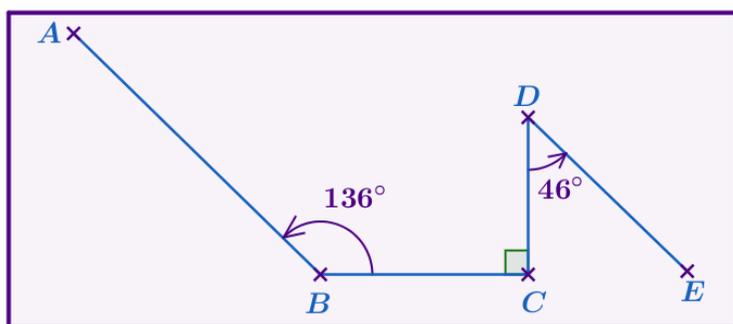
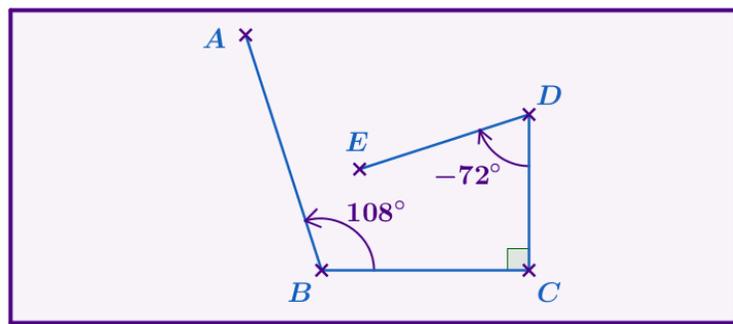


figure 2 . Que peut-on dire des droites (AB) et (DE) ?



exercice 6

Le plan est muni d'un repère (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) orthonormal direct ; M est un point situé sur le cercle trigonométrique C de centre O . Dans chacun des quatre cas suivants on donne une mesure x de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{i}, \vec{OM})}$.

On demande de déterminer deux mesures de l'angle orienté $\overrightarrow{(\vec{i}, \vec{OM})}$

1) la mesure principale α traduisant un trajet de moins d'un demi- tour de cercle en sens direct ou indirect pour aller de I en M

2) la mesure β , distincte de α , traduisant un trajet de moins d'un tour de cercle en sens direct ou indirect pour aller de I en M

1^{er} cas : $x = \frac{37}{4}\pi$; 2^{me} cas : $x = -\frac{121\pi}{5}$; 3^{me} cas : $x = \frac{125\pi}{6}$; 4^{me} cas : $x = -\frac{69\pi}{8}$